FICHE-MÉTHODE :
INCERTITUDES DE MESURE

L'incertitude d'une mesure est la zone au sein de laquelle se trouve probablement la valeur vraie.
Cette zone reflète la précision d'un instrument ou d'une méthode employée. Elle représente donc un indicateur de qualité.

NOTATIONS :

***M* : mesurande** (grandeur à mesurer)	***m* : résultat de la mesure** (la valeur retenue)	***U(M)*** : **incertitude** sur la mesure de *M*

Causes d'erreur de mesure

- **Matériel utilisé** : mauvais réglage ou étalonnage, matériel peu précis, influence excessive de paramètres extérieurs (température, …), bruit électronique,
- **Opérateur** : erreur de parallaxe, fatigue, mauvaise lecture, …
- **Variabilité du mesurande** : une résistance ou un volume dépend de la température.
- **Protocole inadapté** : on fait varier plusieurs paramètres en même temps, on néglige l'influence de certains autres, …

Erreurs systématiques : se répètent à l'identique si on répète la mesure.
→ On essaie de les éviter en maîtrisant les gestes techniques (ou on les corrige *a posteriori*)

Erreurs aléatoires : ne peuvent être éviter.
→ On ne peut que les **évaluer** : le résultat de cette évaluation est **l'incertitude de mesure U(M)**

L'incertitude d'une mesure traduit donc les **erreurs aléatoires** (pas les erreurs systématiques)

Pour **diminuer l'incertitude**, on peut : choisir un matériel plus adapté (pied à coulisse, calibre plus « fin » sur un voltmètre, …) , adapter le protocole ou encore réaliser plusieurs fois la même mesure et faire la moyenne (→ incertitude de « **type A** »).

Expression du mesurage : RÈGLES D'ÉCRITURE DU RÉSULTAT

$$\boxed{M = m \pm U(M) \text{ unité}}$$

M = m ± U (M) veut dire que la « valeur vraie » de ***M* est comprise** $\underbrace{\textbf{entre } m-U(M) \textbf{ et } m+U(M)}_{\textbf{Intervalle de confiance}}$

de la mesure

Exemple : *tension U = 12,10 ± 0,05 V*
veut dire : 12,05 V < U < 12,15 V

*On précise « 12,**10** » car l'**incertitude est à deux décimales**!*
(12,05 = 12,10 – 0,05 ; 12,15 = 12,10 + 0,05)

Règles d'arrondi :

• On commence par **arrondir l'incertitude *U(M)*** : arrondi **au supérieur** et avec **un seul chiffre significatif** (deux au maximum, n'en garder plus que s'il s'agit d'un calcul intermédiaire)

• Puis on **arrondit la « valeur retenue » *m*** : arrondi **au plus proche,** ou **ajout de zéro(s) après la virgule**, de telle sorte que le dernier chiffre soit à la **même position décimale** que le **dernier chiffre de l'incertitude *U(M)*.**

INCERTITUDE RELATIVE

Pour **comparer les incertitudes** portant sur des **mesures différentes** ; on exprime les incertitudes U(M) sous forme d'**incertitudes relatives** : $U_R(M) = \dfrac{U(M)}{m}$ (sans unité)

$U_R(M)$ est souvent exprimée sous forme de pourcentage : $U_R(M) = \dfrac{U(M)}{m} \times 100\,\%$ → $U_R(M)$ en %

Estimation d'une incertitude

L'estimation de l'intervalle de confiance d'une mesure est associé à un niveau de confiance estimé en %. Pour estimer cet intervalle, on calcule l'incertitude U(M) :

- Par des méthodes statistiques en répétant la mesure (méthode de **type A**, voir au dos) ;
- Quand on n'est pas en capacité de répéter la mesure, on utilise la méthode de **type B** (voir au dos),
- Lorsque les **sources d'incertitude sont multiples**, on évalue l'incertitude liée à chaque type d'erreur, et on fait un bilan global pour construire **l'incertitude composée** (voir au dos).

Évaluer l'incertitude U(M) : méthode statistique – Méthode de type A (ou de répétabilité)

1) On répète le mesurage ***n* fois** dans les mêmes conditions (conditions de répétabilité)
On obtient *n* valeurs différentes pour *m*: on les notera m_1, m_2, …. m_n

2) Valeur retenue **pour *m*** : **moyenne des *n* mesures ($\overline{m}$)**.
3) Calcul de l'**écart-type σ** de la distribution des n mesures

A faire calculer par le mode statistique de vos machines !

CASIO : symbole **xδn-1** (PAS xδn) ou **sx** (PAS δx)
T.I. : symbole **Sx** (PAS σx)
Numworks : **« écart type échantillon » s**, (PAS σ)

4) **Incertitude *U(M)*** : - $\boxed{U(M)=\frac{t\cdot\sigma}{\sqrt{n}}}$ (relation de Student) ***t* est un coefficient dépendant du nombre n de mesures :**
(ci- dessous : valeurs de *t* pour un niveau de confiance à 95%)

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	30	50	100	500
t	12,7	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,37	2,31	2,26	2,20	2,16	2,13	2,11	2,09	2,04	2,01	1,98	1,96

*NB : On remarque que pour un **grand nombre de mesures**, on a toujours t ≈ 2 (t converge en fait vers 1,960)*

*→ Quand n est grand, on peut prendre : **U(M) ≈ 2 σ / √n** (U(M) sera de toutes façon arrondi à un seul chiffre significatif)*

Évaluer l'incertitude U(M) sur une mesure unique – Méthode de type B (ou de mesure unique)

1) Identifier le **paramètre qui limite la précision de la mesure** : espace entre 2 graduations (résolution), tolérance, erreur de linéarité, précision donnée pas le constructeur, résolution d'un appareil numérique, …..
Quand la valeur de ce paramètre n'est pas évidente, utiliser la documentation constructeur (ou classe de l'instrument, ou certificat d'étalonnage, classe de l'instrument ,…) .

2) **L'incertitude *U(M)* est <u>de l'ordre de</u> ce paramètre** (*U(M)* ≈ ce paramètre mais *U(M)* ≠ ce paramètre):
<u>Par exemple</u>**, pour un appareil comportant des graduations, on peut prendre : **U(M) = ½ graduation
*pour un voltmètre numérique dont le dernier chiffre affiché (digit) n'est pas stable , on peut prendre : **U(M) = 5 x digit***
Ces exemples sont basés sur la connaissance de l'appareil et sont donc empiriques !

• Pour un **niveau de confiance rigoureusement à 95 %** (la valeur vraie a 95 % de probabilité d'être entre *m-U(M)* et *m+U(M)*), on utilise les relations suivantes :

Instrument comportant des graduations (source d'erreur : **résolution**)	**Tolérance** donnée par le constructeur :	**Autre donnée d** fournie par le constructeur	**Appareil numérique** (multimètre, CAN, etc)
$U(M)=\frac{\text{graduation}}{\sqrt{12}}$	$U(M)=\frac{\text{tolérance}}{\sqrt{3}}$	$U(M)=\frac{2d}{\sqrt{3}}$ d peut s'appeler précision, erreur, ….	$U(M)=\frac{2\times(\text{p}\times\text{valeur lue}+\text{n}\times\text{résolution})}{\sqrt{3}}$ Avec p et n paramètres donnés par le constructeur

Ces relations sont obtenues à partir de modèles mathématiques qui supposent que l'erreur est une variable aléatoire qui suit une loi de probabilité uniforme.

INCERTITUDE COMPOSÉE

• <u>cas n°1</u> : Plusieurs sources d'incertitude U_1, U_2, … pour une même mesure de M : $\boxed{U(M)=\sqrt{U_1(M)^2+U_2(M)^2+\ldots}}$

• <u>cas n°2</u> : *M* obtenu par **addition** ou **soustraction** de plusieurs grandeurs M_1, M_2, … exprimées dans la **même unité que *M* :**

$$\boxed{U(M)=\sqrt{U(M_1)^2+U(M_2)^2+\ldots}}$$

• <u>cas n°3</u> : *M* obtenu par **multiplication** ou **division** de plusieurs grandeurs M_1, M_2, …**dans des unités différentes** : on doit passer par les **incertitudes relatives U_R** (voir p 1).
On calcule d'abord : $\boxed{U_R(M)=\sqrt{U_R(M_1)^2+U_R(M_2)^2+\ldots}}$ puis : $\boxed{U(M)=m\times U_R(M)}$

• Dans tous les cas, pensez en premier lieu à **comparer les incertitudes (relatives)** : **si l'une d'elle est 5 fois plus grande que toutes les autres, on peut ne retenir que celle-la et négliger les autres !!!**
Exemple : une source d'incertitude est de 10 % et une autre de 2% : $\sqrt{0{,}1^2+0{,}02^2}$ =0,102 ≈ 10% !!!