

# FICHE-MÉTHODE : INCERTITUDES DE MESURE

**Une mesure** est le résultat d'une estimation de la valeur  $m$  d'une grandeur  $X$  accompagnée de son incertitude-type  $u(X)$ .

On exprime alors TOUJOURS les résultats de mesure de la manière suivante :

$$X = m \text{ unité, } u(X) = [\text{valeur}] \text{ unité}$$

(en précisant la méthode utilisée pour l'évaluation de l'incertitude) **OU**

$$X = ( m \pm u(X) ) \text{ unité}$$

**Écriture de la valeur  $m$**  (« valeur mesurée »)

Dernier chiffre écrit à la même position décimale que celui de l'incertitude (arrondi au plus proche)

**Chiffres significatifs** : Nombre total de chiffres dans un nombre. Les 0 à gauche ne comptent pas.

La notation scientifique de 76567 est  $7,6567 \cdot 10^4$  : on compte 5 chiffres significatifs

La notation scientifique de 0,00450 est  $4,50 \cdot 10^{-3}$  : on compte 3 chiffres significatifs

**Écriture scientifique :**

$$a \times 10^n \text{ avec } 1 \leq a < 10$$

## Unités

Multiples			Sous-multiples		
Déca	10	da	Déci	$10^{-1}$	d
Hecto	$10^2$	h	Centi	$10^{-2}$	c
Kilo	$10^3$	k	Milli	$10^{-3}$	m
Méga	$10^6$	M	Micro	$10^{-6}$	$\mu$
Giga	$10^9$	G	Nano	$10^{-9}$	n
Téra	$10^{12}$	T	Pico	$10^{-12}$	p

## Incertitude-type : $u(X)$

### Type B : Une seule mesure a été faite

Le dernier chiffre de la valeur mesurée  $m$  aura la même position (au sens numération) que celui de l'incertitude, arrondi au plus proche.

**Exemples :**

$pH = 5,45 \pm 0,05$  ;  $L = (1,57 \pm 0,01) \text{ cm}$  sont corrects mais  $m = (72,4 \pm 0,56) \text{ g}$  n'est pas correct.

### Type A : On a mesuré un grand nombre de fois la même grandeur

On dispose d'une série de  $N$  valeurs d'une même grandeur.

La valeur retenue par l'expérimentateur est la moyenne des  $N$  valeurs, noté  $\bar{m}$ .

L'incertitude-type associée à cette moyenne, noté  $u(\bar{m})$  correspond à l'écart-type expérimental  $\sigma$  de la série de valeurs divisé par  $\sqrt{N}$  :

$$u(\bar{m}) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

CASIO : symbole  $sx$  ou  $x\bar{n}-1$   
T.I. :  $Sx$   
Numworks : « écart-type échantillon »  $s$

## Incertitude liée à la QUALITÉ DE L'APPAREIL Type B

**2 Chiffres Significatifs arrondi au supérieur** (éventuellement 1 seul C S si résultat final)

a) Affichage numérique sans indication particulière : balance, multimètre, etc ... Si la résolution (valeur la plus petite affichable ou plus petite variation détectable) est notée  $r$  :

$$u(X) = \frac{r}{\sqrt{12}}$$

b) Indications présentes sur l'appareil ou dans sa notice d'utilisation (multimètre, burette, pipette...)

■ Tolérance, erreur, ...  $\pm a$  :

$$u(X) = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

■ Précision  $x\%$  :

$$u(X) = \frac{x\% \times \text{lecture}}{\sqrt{3}}$$

■ Précision ( $x\% + n \times \text{digit}$ ) :

$$u(X) = \frac{x\% \times \text{lecture} + n \times \text{digit}}{\sqrt{3}}$$

1 digit = 1 unité de résolution = plus petite valeur lue par l'appareil.  
Exemple : l'écran affiche 12,45 V  $\rightarrow$  1 digit = 0,01 V

## Incertitude LORS DE LA LECTURE (GRADUATIONS)

Type B

**2 Chiffres Significatifs arrondi au supérieur** (éventuellement 1 seul C S si résultat final)

■ Simple lecture de graduation (thermomètre, éprouvette graduée ...) :

$$u(X) = \frac{1 \text{ graduation}}{\sqrt{12}}$$

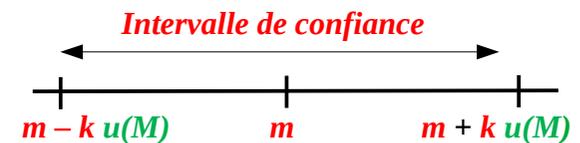
■ Double lecture de graduation (règle, pipette graduée, ...) :

$$u(X) = \sqrt{2} \times \frac{1 \text{ graduation}}{\sqrt{12}}$$

# Soit le résultat de la mesure de la grandeur $X$ , écrit sous la forme $X = m \pm u(X)$ unité

Si on veut augmenter la probabilité que la mesure vraie appartienne à l'intervalle de confiance, il faut agrandir cet intervalle en multipliant par un entier  $k$  l'incertitude type  $u(X)$ .

Les niveaux de confiance les plus utilisés sont : 68% ( $k=1$ ) ; 95% ( $k=2$ ) ; 99% ( $k=3$ )



## INCERTITUDE RELATIVE

Pour **comparer les incertitudes** portant sur des **mesures différentes**, on exprime les incertitudes  $u(X)$  sous forme d'**incertitudes relatives** :

$$u_R(X) = \frac{u(X)}{m} \text{ (sans unité)}$$

$u_R(X)$  est souvent exprimée sous forme de pourcentage :

$$u_R(X) = \frac{u(X)}{m} \times 100\% \rightarrow u_R(X) \text{ en } \%$$

L'incertitude relative peut être interprétée comme le « pourcentage de précision de la mesure »

## INCERTITUDE COMPOSÉE

• cas n°1 : Plusieurs sources d'incertitude  $u_1, u_2, \dots$  pour une même mesure de  $X$  :

$$u(X) = \sqrt{u_1(X)^2 + u_2(X)^2 + \dots}$$

• cas n°2 :  $X$  obtenu par **addition** ou **soustraction** de plusieurs grandeurs  $Y, Z, \dots$  exprimées dans la **même unité que  $X$**  :

$$u(X) = \sqrt{u(Y)^2 + u(Z)^2 + \dots}$$

• cas n°3 :  $X$  obtenu par **multiplication** ou **division** de plusieurs grandeurs  $Y, Z, \dots$  **dans des unités différentes** : on doit passer par les **incertitudes relatives  $u_R$**  (voir plus haut).

On calcule d'abord :  $u_R(X) = \sqrt{u_R(Y)^2 + u_R(Z)^2 + \dots}$

puis :  $u(X) = m \times u_R(X)$

• Dans tous les cas, pensez en premier lieu à **comparer les incertitudes (relatives)** : si l'une d'elle est **5 fois plus grande que toutes les autres, on peut ne retenir que celle-la et négliger les autres !!!**

*Exemple* : une source d'incertitude est de 10 % et une autre de 2% :

$$\sqrt{0,1^2 + 0,02^2} = 0,102 \approx 10\% !!!$$

## COMPARAISON AVEC UNE VALEUR DE RÉFÉRENCE

On veut comparer le résultat  $X = m \pm u(X)$  d'une mesure ( $u(X)$  incertitude-type) avec une **valeur de référence**  $x_{réf}$  (valeur obtenue par une méthode de référence).

$$\text{z-score} : z = \frac{|m - x_{réf}|}{u(X)}$$

- Si  $z < 1$  : résultat de la **mesure en accord** avec la valeur de référence (**réservé pour les exercices écrits**)
- Si  $z < 2$  ou  $3$  (selon la situation en TP) : résultat de la **mesure en accord** avec la valeur de référence
- Si  $z > 3$  : résultat de la **mesure en désaccord** avec la valeur de référence. **Dans ce cas** :
  - Remettre en cause le **protocole** (erreur systématique?) ou la mesure elle-même
  - OU remettre en cause la **méthode de référence** (modèle pas assez réaliste, mesurage en dehors des conditions de validité du modèle, ...)