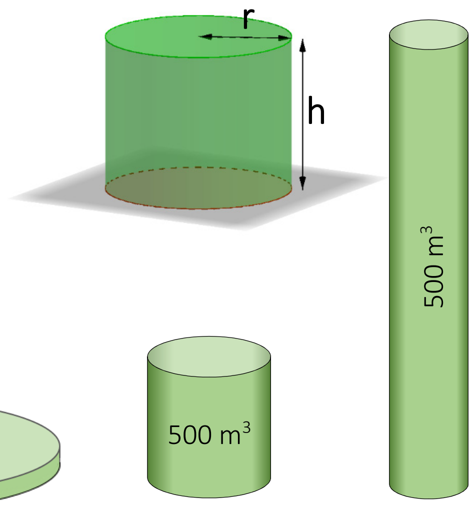
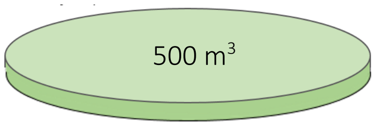
Exercice 1

On souhaite réaliser des réservoirs cylindriques pour stocker des produits pétroliers dont le volume est 500 m^3. Pour des raisons économiques, on cherche à minimiser la quantité de matériau utilisée pour la fabrication du réservoir. En considérant l'épaisseur constante, on ramène le problème à l'étude de l'aire extérieure du réservoir, composée de l'aire du fond (on ne considère pas le dessus, qui est constitué d'un autre matériau) et de l'aire latérale.



On note r et h le rayon et la hauteur du cylindre, exprimés en mètres. On suppose que r est compris entre 0,5 et 10. On désigne par S l'aire du fond, exprimée en m^2.



Partie A – Résolution à l'aide d'un tableur

1. Justifier la relation $h = \frac{500}{S}$.
2. Dans un tableur recopier et compléter le tableau suivant, jusqu'à la valeur de $r = 10$.

	A	B	C	D	E
1	r	Aire du fond S	h	Aire latérale	Aire extérieure
2	0,5	0,785398163	636,62	2000	2000,785398
3	1				
4	1,5				
5	2				
6	2,5				
7	3				

3. A l'aide du tableur, donner la valeur de r pour laquelle l'aire totale est minimale.

Partie B – Résolution à l'aide d'un logiciel de calcul formel

On admet que l'aire totale peut s'exprimer en fonction du rayon r à l'aide de la fonction sur [0,5 ;10] par $f(r) = \pi r^2 + \frac{1000}{r}$.

1. Etudier rapidement les variations de la fonction f. On peut, pour cela s'appuyer sur un logiciel de calcul formel.
2. En déduire la valeur de r pour laquelle l'aire totale est minimale ainsi que la hauteur du réservoir.
   → *Appeler le professeur pour valider vos résultats*