Calculs vectoriels - Torseurs

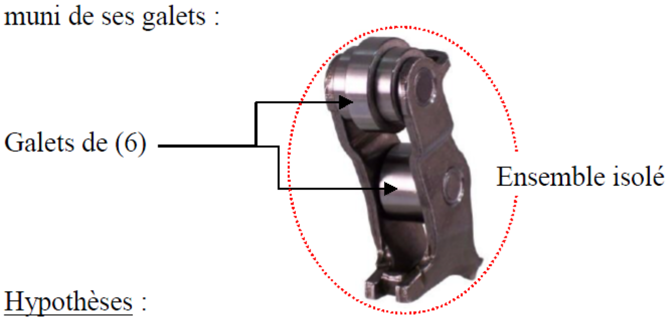
Extrait du sujet de BTS MV 2015

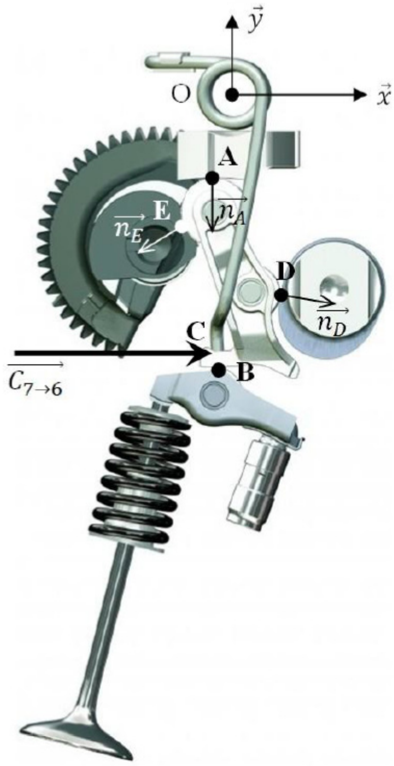
Le système de levée variable de soupape à l'admission permet de modifier la quantité d'air admise dans les cylindres pendant la phase atmosphérique.

Il permet d'optimiser le remplissage des cylindres sur une plage de régime importante et remplace avantageusement le boîtier papillon et permet ainsi d'améliorer le temps de réponse du moteur (pression constante dans les conduits d'admission).

Il permet aussi de diminuer la consommation de carburant au ralenti et à faible charge par diminution des pertes par pompage.

5.2- Etude de l'équilibre du levier intermédiaire (6) muni de ses galets :





Hypothèses :

- Les galets de (6) roulent sans glisser sur leur came respective.
- Le rôle du poussoir (10) est d'annuler le jeu entre le linguet (8) et la soupape lorsque celle-ci est fermée : On considèrera donc que l'action de 8 sur 6 en B est nulle.
- Les liaisons en A, D et E sont modélisées par des liaisons ponctuelles de normales $\vec{n_A}$, $\vec{n_D}$ et $\vec{n_E}$.

Quel que soit le résultat trouvé à la question 5.1, on prendra pour la suite : $\{T_{7\to 6}\} = {}_C\begin{Bmatrix} 131 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{/R}$ (N)

On donne les éléments de modélisation suivants (mm et N) :

$\overrightarrow{DC} = -21.7.\vec{x} - 19{,}3.\vec{y}$; $\overrightarrow{DE} = -31.\vec{x} + 17.7.\vec{y}$

$\overrightarrow{O_1E} = 9.\vec{x} + 6.\vec{y}$; $\overrightarrow{DA} = -22{,}7.\vec{x} + 33.\vec{y}$

$$\{T_{4\to 6}\} = {}_D\begin{Bmatrix} -0{,}98.\|\overrightarrow{D_{4\to 6}}\| & 0 \\ 0{,}19.\|\overrightarrow{D_{4\to 6}}\| & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{/R} ; \{T_{3\to 6}\} = {}_E\begin{Bmatrix} 0{,}91.\|\overrightarrow{E_{3\to 6}}\| & 0 \\ 0{,}42.\|\overrightarrow{E_{3\to 6}}\| & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{/R} ; \{T_{0\to 6}\} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -\|\overrightarrow{A_{0\to 6}}\| & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{/R}$$

Ecrire les trois équations d'équilibre de l'ensemble (6) : Il est conseillé d'appliquer le principe fondamental de la statique au point D.

5.3- Etude de l'équilibre de l'arbre à cames intermédiaire (3) :

La résolution des équations mises en évidence à la question 5.2 permet de trouver le résultat suivant : $\overrightarrow{E_{3\to 6}} = 182.\vec{x} + 84.\vec{y}$ (N)

Calculer la valeur du moment résistant $\|\overrightarrow{M_{O_1,6\to 3}}\|$ en O_1, dû à la force $\overrightarrow{E_{3\to 6}}$.

Pour l'ensemble des 8 leviers intermédiaires, on prendra la valeur du moment résistant sur l'axe de l'arbre à cames intermédiaire : 3 N.m.

5.4- En déduire le couple nécessaire sur le rotor du moteur électrique sachant que le rapport de transmission du système roue et vis sans fin est de 1/52 avec un rendement noté η = 0,4.

5.2- On isole (6). Le bilan des A-M-E est donné.
Déplacement des A-M au point D :

$$\overrightarrow{M_{D,3\to6}} = \overrightarrow{M_{E,3\to6}} + \overrightarrow{DE} \wedge \overrightarrow{E_{3\to6}} = \vec{0} + \begin{vmatrix} -31 \\ 17{,}7 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0{,}91.\left\|\overrightarrow{E_{3\to6}}\right\| \\ 0{,}42.\left\|\overrightarrow{E_{3\to6}}\right\| \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -29{,}13.\left\|\overrightarrow{E_{3\to6}}\right\| \end{vmatrix}$$

$$\{T_{3\to6}\} = {}_D\begin{Bmatrix} 0{,}91.\left\|\overrightarrow{E_{3\to6}}\right\| & 0 \\ 0{,}42.\left\|\overrightarrow{E_{3\to6}}\right\| & 0 \\ 0 & 29{,}13.\left\|\overrightarrow{E_{3\to6}}\right\| \end{Bmatrix}_{/R}$$

$$\overrightarrow{M_{D,0\to6}} = \overrightarrow{M_{A,0\to6}} + \overrightarrow{DA} \wedge \overrightarrow{A_{0\to6}} = \vec{0} + \begin{vmatrix} -22{,}7 \\ 33 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ -\left\|\overrightarrow{A_{0\to6}}\right\| \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 22{,}7.\left\|\overrightarrow{A_{0\to6}}\right\| \end{vmatrix}$$

$$\{T_{0\to6}\} = {}_D\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -\left\|\overrightarrow{A_{0\to6}}\right\| & 0 \\ 0 & 22{,}7.\left\|\overrightarrow{A_{0\to6}}\right\| \end{Bmatrix}_{/R}$$

$$\overrightarrow{M_{D,7\to6}} = \overrightarrow{M_{C,7\to6}} + \overrightarrow{DC} \wedge \overrightarrow{C_{7\to6}} = \vec{0} + \begin{vmatrix} -21{,}7 \\ -19{,}3 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 131 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 2528\ N.mm \end{vmatrix}$$

$$\{T_{7\to6}\} = {}_D\begin{Bmatrix} 131 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2528 \end{Bmatrix}_{/R}$$

Résolution :
$$0{,}91.\left\|\overrightarrow{E_{3\to6}}\right\| + 0 + 131 - 0{,}98.\left\|\overrightarrow{D_{4\to6}}\right\| = 0$$
$$0{,}42.\left\|\overrightarrow{E_{3\to6}}\right\| - \left\|\overrightarrow{A_{0\to6}}\right\| + 0 + 0{,}19.\left\|\overrightarrow{D_{4\to6}}\right\| = 0$$
$$-29{,}13.\left\|\overrightarrow{E_{3\to6}}\right\| + 22{,}7.\left\|\overrightarrow{A_{0\to6}}\right\| + 2528 + 0 = 0$$

Finalement : $\left\|\overrightarrow{E_{3\to6}}\right\| = 200\ N$ soit $\overrightarrow{E_{3\to6}} = 182.\vec{x} + 84.\vec{y}$ (N)

5.3- $\overrightarrow{M_{O_1,6\to3}} = \overrightarrow{O_1E} \wedge \overrightarrow{E_{6\to3}} = \begin{vmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 182 \\ 84 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -336\ N.mm \end{vmatrix}$

5.4- $\eta = \dfrac{P_3}{P_{moteur}} = \dfrac{\left\|\overrightarrow{M^{Total}_{O_1,0\to3}}\right\|.\omega_3}{C_{moteur}.\omega_{moteur}} = \dfrac{1.\left\|\overrightarrow{M^{Total}_{O_1,0\to3}}\right\|}{52.C_{moteur}}$

$\to C_{moteur} = \dfrac{\left\|\overrightarrow{M^{Total}_{O_1,0\to3}}\right\|}{52.\eta} = \dfrac{3}{52x0{,}4} = 0{,}144\ N.m = 144\ mN.m.$