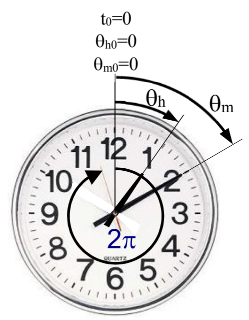
Equations de mouvement circulaire – éléments de correction



Exercice 1 : Equations de mouvement des aiguilles d'une montre

Aiguille des heures

a) E.G.M. : MCU : $0 \leq t \leq 3600$ s (on se limite à 1h)

$\alpha_h(t) = \alpha_h = 0$
$\omega_h(t) = \omega_{h0} = cte$
$\theta_h(t) = \omega_{h0} . (t-t_0) + \theta_{h0}$

Avec ω_{h0} = 1/12 tours/h
ω_{h0} = 1/(12 * 3600) tours/s
$\omega_{h0} = 2\pi/(12 * 3600)$ rd/s
$\omega_{h0} = 1{,}45 . 10^{-4}$ rd/s

$t_0=0$
$\theta_{h0}=0$

$\alpha_h(t) = \alpha_h = 0$
$\omega_h(t) = 1{,}45 . 10^{-4}$ rd/s
$\theta_h(t) = 1{,}45 . 10^{-4} . t$

Aiguille des minutes

a) E.G.M. : MCU : $0 \leq t \leq 3600$ s (on se limite à 1h)

$\alpha_m(t) = \alpha_m = 0$
$\omega_m(t) = \omega_{m0} = cte$
$\theta_m(t) = \omega_{m0} . (t-t_0) + \theta_{m0}$

Avec ω_{m0} = 1 tours/h
ω_{h0} = 1/3600 tours/s
$\omega_{h0} = 2\pi/3600$ rd/s
$\omega_{h0} = 1{,}74 . 10^{-3}$ rd/s

$t_0=0$
$\theta_{m0}=0$

$\alpha_h(t) = \alpha_h = 0$
$\omega_h(t) = 1{,}74 . 10^{-3}$ rd/s
$\theta_h(t) = 1{,}74 . 10^{-3} . t$

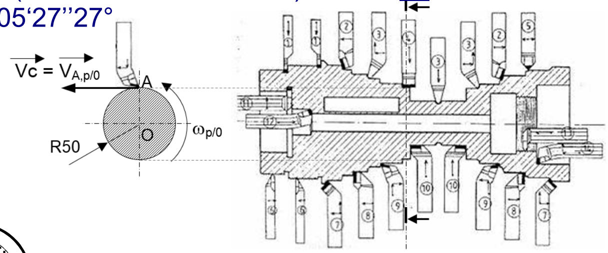
Exercice 2 : superposition des aiguilles d'une montre

A midi, $\theta_{h0}=\theta_{m0}=0$. Les aiguilles se superposent de nouveau à l'instant t_s (aux alentours d'1h05), heure à laquelle l'aiguille des heures a parcouru ≈ 1/12 de tour et l'aiguille des minutes a parcouru ≈ 1 tour + 1/12 de tour soit :

$\theta_h(t_s) + 2\pi = \theta_m(t_s) \Rightarrow 1{,}45 . 10^{-4} . t_s + 2\pi = 1{,}74 . 10^{-3} . t_s \Rightarrow t_s = 2\pi / (1{,}74 . 10^{-3} - 1{,}45 . 10^{-4}) = 3927{,}27$ s

$\Rightarrow t_s$ = 1h 05'27''27°

Exercice 3: Tour de production



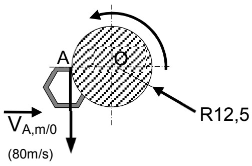
$\omega_{p/0} = 300\ \pi /30 = 10\pi \approx 314$ rd/s
$V_{A,p/0} = \omega_{p/0} . OA \approx 314 \times 50 \approx 1570{,}8$ mm/s
Si N= 150 tr/mn et R=150 mm
$V_{A,p/0} = \omega_{p/0} . OA \approx 157 \times 150 \approx 2356{,}2$ mm/s

Exercice 4: Touret à Meuler

V=80 m/s. Diamètres 25 mm, 40, 50, 65, 75, 100, 115.

$V_{coupe} = V_{A,m/0} = \omega_{m/0} . OA = \omega . d / 2$

$\Rightarrow \omega_{m/0} = 2$ V/d et $N_{m/0} = 30\ \omega_{m/0} / \pi = 60$ V / (π.d)



diamètre	25	40	50	65	75	100	115
vitesse	6400	4000	3200	2462	2133	1600	1391
fréquence	61115	38197	30558	23506	20372	15279	13286

Exercice 5: Moteur électrique

MCUA : $0 \leq t \leq 2$ s

Q1) accélération

$\alpha(t) = \alpha$ = constante
$\omega(t) = \alpha.(t-t_0) + \omega_0$
$\theta(t) = 0{,}5\ \alpha.(t-t_0)^2 + \omega_0. (t-t_0) + \theta_0$

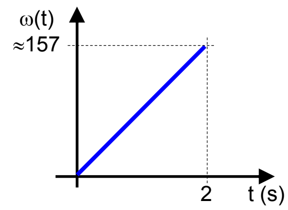
<u>à t = 0 :</u>
$t_0 = 0$
$\theta_0 = 0$
$\omega_0 = 0$

$\Rightarrow$

$\alpha(t) = 78{,}5$ rd/s²
$\omega(t) = 78{,}5.t$ rd/s
$\theta(t) = 0{,}5\ .\ 78{,}5 . t^2$ rd

<u>à t = 2 :</u> $\omega(2) = \alpha.2 \approx 157$ rd/s $\Rightarrow$ $\alpha \approx 157 / 2 \approx 78{,}5$ rd/s² $\Rightarrow$

Q2) nombre de tours : $\theta(2) = 0{,}5\ .\ 78{,}5 . 2^2$ rd ≈ 157 rd = 25 tours



Exercice 6: Arbre à came

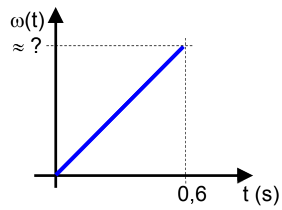
MCUA : $0 \leq t \leq 5$ s

$\alpha(t) = \alpha$ = constante
$\omega(t) = \alpha.(t-t_0) + \omega_0$
$\theta(t) = 0{,}5\ \alpha.(t-t_0)^2 + \omega_0. (t-t_0) + \theta_0$

<u>à t = 0 :</u>
$t_0 = 0$
$\theta_0 = 0$
$\omega_0 = 0$

$\Rightarrow$

$\alpha(t) = \alpha$ = constante
$\omega(t) = \alpha.t$
$\theta(t) = 0{,}5\ \alpha.t^2$



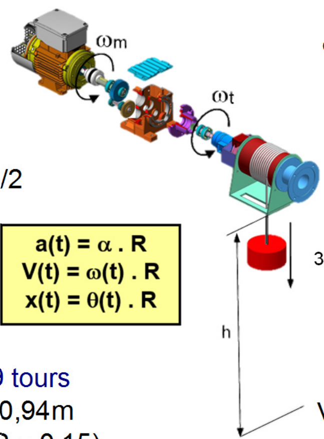
<u>à t = 0,6 s :</u>

$\theta(0{,}6) = 0{,}5\ \alpha.0{,}6^2 = 12{,}5 . 2\pi$ rd $\Rightarrow \alpha = 12{,}5 . 2\pi / (0{,}5 . 0{,}6^2) = 2\pi \approx 436{,}33$ rd/s²

Q2) vitesse de régime permanent

$\omega(0{,}6) = 436{,}33 . 0{,}6 \approx 261{,}8$ rd/s = 2500 tr/mn

Exercice N°7 : MRUA et MCUA (Synthèse)



<u>Méthode 1</u>: déterminer θ_m puis θ_t puis h ($h=\theta_t.R_t$)

$\theta_m=\theta$ (t=17)=$\int \omega_{m(t)}.dt$= Aire = 2 x 50.π/2+10 x 50.π+5 x 50.π/2

θ_m=13,5 x 50.π = 675. π rd

$h=\theta_t.R_t$ or $r=\omega_t/\omega_m=\theta_t/\theta_m=1/16$ donc $\theta_t = \theta_m/16$ = 132,53 rd

$h=\theta_t.R_t$ = 132,53 x 0,15 = 19,88 m **h = 19,88 m**

a(t) = α . R
V(t) = ω(t) . R
x(t) = θ(t) . R

<u>Rq: en convertissant les rd en tour:</u>

θ_m=13 x 50.π/2.π tours = 337,5 tours

$r=\omega_t/\omega_m=\theta_t/\theta_m=1/16$ donc $\theta_t = \theta_m/16$ = 337,5/16 = 21,09 tours

1 tour déplace la charge de (2.π.R_t) mètres=2.π.0,15=0,94m

Donc 21,09 tours déplacent la charge de h= 21,09 x (2.π.0,15)

h= 19,88 m

<u>Méthode 2</u>: déterminer ω_t(t) (graphe) puis Vc(t) (graphe) puis h

h=x(t=17)=$\int V_{c(t)}.dt$= Aire = 2 x 1,47/2+10 x 1,47+5 x 1,47 /2

h=13,5 x 1,47=19,88 mètres **h = 19,88 m**