

# CINEMATIQUE : Mouvements et trajectoires

## 1 INTRODUCTION :

La cinématique est l'étude des mouvements des corps, abstraction faite des forces qui les produisent.

Les grandeurs étudiées sont :

- ⇒ la position      ⇒ la vitesse
- ⇒ la trajectoire   ⇒ l'accélération

Les solides étudiés sont supposés indéformables, et les liaisons parfaites. Le mot « cinématique » dérive du grec « Kinéma » qui signifie mouvement.

## 2 SOLIDE DE RÉFÉRENCE :

Chaque grandeur étudiée n'a de sens que si elle est exprimée par rapport à un **solide** auquel on associe un repère de **référence** : C'est le **solide de référence**.

On note par exemple, le mouvement du solide 1 par rapport au solide 0 :

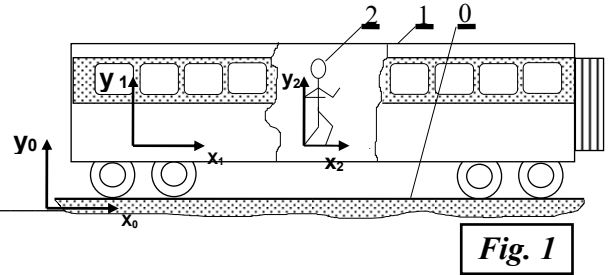


Fig. 1

✓ **Exemple** : voyageur se déplaçant dans un train en marche (fig. 1 et 2)

⇒ Compléter le tableau fig. 2, ligne 1 et 2

## 3 MOUVEMENT RELATIF ET MOUVEMENT ABSOLU :

Un mouvement absolu est un mouvement dont le solide de référence est **fixe (par rapport à la terre)**.

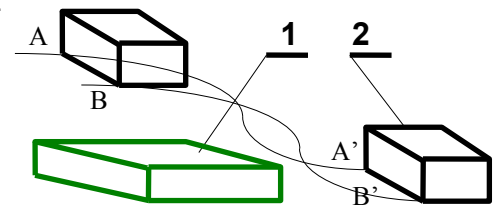
Un mouvement relatif est un mouvement dont le solide de référence est **mobile (par rapport à la terre)**.

On considère que la terre, les bâtis de machine sont des repères de référence fixes et donc absolus.

✓ **Exemple** : voyageur se déplaçant dans un train en marche

⇒ Compléter le tableau fig. 2, ligne 3

✓ **Remarque** : il faut bien distinguer le **type** de mouvement (relatif ou absolu) et la **nature** du mouvement (rotation, translation ...). Pour cette dernière, on précisera toujours l'axe ou la direction du mouvement.



## 4 MOUVEMENT DE TRANSLATION :

Le mouvement de 2 par rapport à 1 (Mvt 2/1) est un mouvement de translation si le solide 2 reste parallèle à lui-même au cours du mouvement.

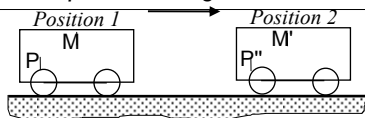
✓ **Propriété** : Tous les points du solide 2 ont des **trajectoires identiques** (AA' et BB') par rapport au solide 1. (Vu du solide 1, les points A et B décrivent la même figure)

### TRANSLATION RECTILIGNE :

Cas des solides en liaison **GLISSIERE**

✓ La trajectoire des points est une droite.

⇒ Tracer la trajectoire du point M et placer M' dans la position 2 fig. 3

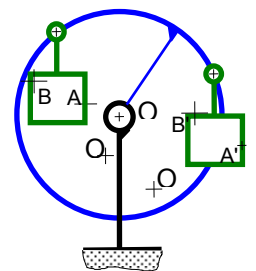


On considère la trajectoire comme étant « la figure décrite » ou le « chemin emprunté » par le point considéré

### TRANSLATION CIRCULAIRE :

La trajectoire des points est un cercle.

⇒ Tracer la trajectoire du point A fig. 4



## 5 MOUVEMENT DE ROTATION : Cas des solides en liaison PIVOT

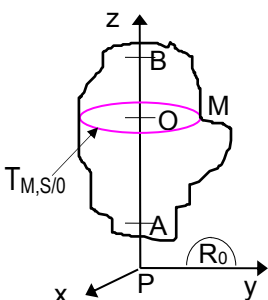


Fig. 5 bis

Si au cours de son mouvement, le solide S possède deux points fixes A et B par rapport à un solide de référence 0, son mouvement est une rotation par rapport à 0 autour de l'axe (AB) (fig. 5 bis).

✓ **Propriété** :  $T_{M,S/0}$  = **cercle (O, OM)**

✓ **Exemple** : ⇒ Tracer la trajectoire des point A et B, fig. 5

✓ **Remarque** : pour un mécanisme schématisé dans un plan (fig 5) : **un seul point fixe au cours du mouvement suffit à définir le centre de la rotation (intersection entre l'axe de rotation et le plan d'étude)**

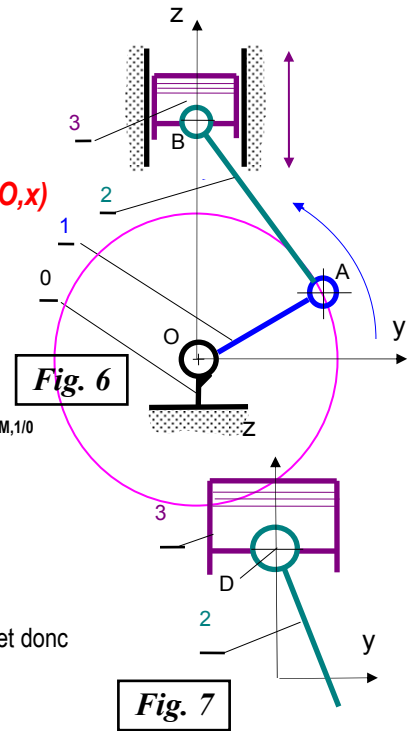
## 6 MOUVEMENT PLAN QUELCONQUE:

Tous les points du solide se déplacent dans des plans parallèles entre eux au cours du mouvement. Un mouvement plan n'est ni une translation, ni une rotation, mais une conjugaison de ces 2 mouvements.

✓ Exemple : Embiellage automobile (fig. 6)

⇒ Indiquer la nature des mouvements ci-contre, fig. 6

- ⇒ Mvt 1/0 : **rotation continue d'axe (O,x)**
- ⇒ Mvt 2/0 : **Mvt plan quelconque**
- ⇒ Mvt 3/0 : **Translation alternative rectiligne d'axe (O,z)**



## 7 TRAJECTOIRES :

La trajectoire d'un point M est la courbe géométrique qu'il décrit au cours du mouvement dans le repère de référence.

La trajectoire du point M appartenant au solide 1 dans son mouvement par rapport à 0 est noté :  $T_{M,1/0}$

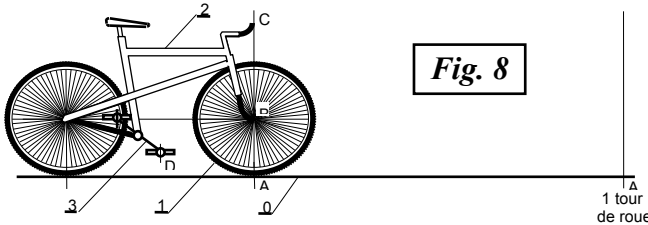
✓ Points coïncidents :

Un point M peut appartenir à n'importe quel solide. On le nomme  $M_1$  s'il appartient au solide 1,  $M_0$  s'il appartient au solide 0. Si  $M_1$  et  $M_0$  sont confondus :

- ← A un instant t ou dans une position donnée,  $M_1$  et  $M_0$  sont deux points **coïncidents**.
- ← Pendant tout le mouvement,  $M_1$  et  $M_0$  sont **constamment coïncidents**.

Dans l'exemple de la liaison pivot entre 2 et 3 (fig. 7), les points  $D_2$  et  $D_3$  sont constamment coïncidents et donc confondus sur l'axe de rotation.  $D_2$  et  $D_3$  ne sont qu'un seul et même point qu'on appellera D.

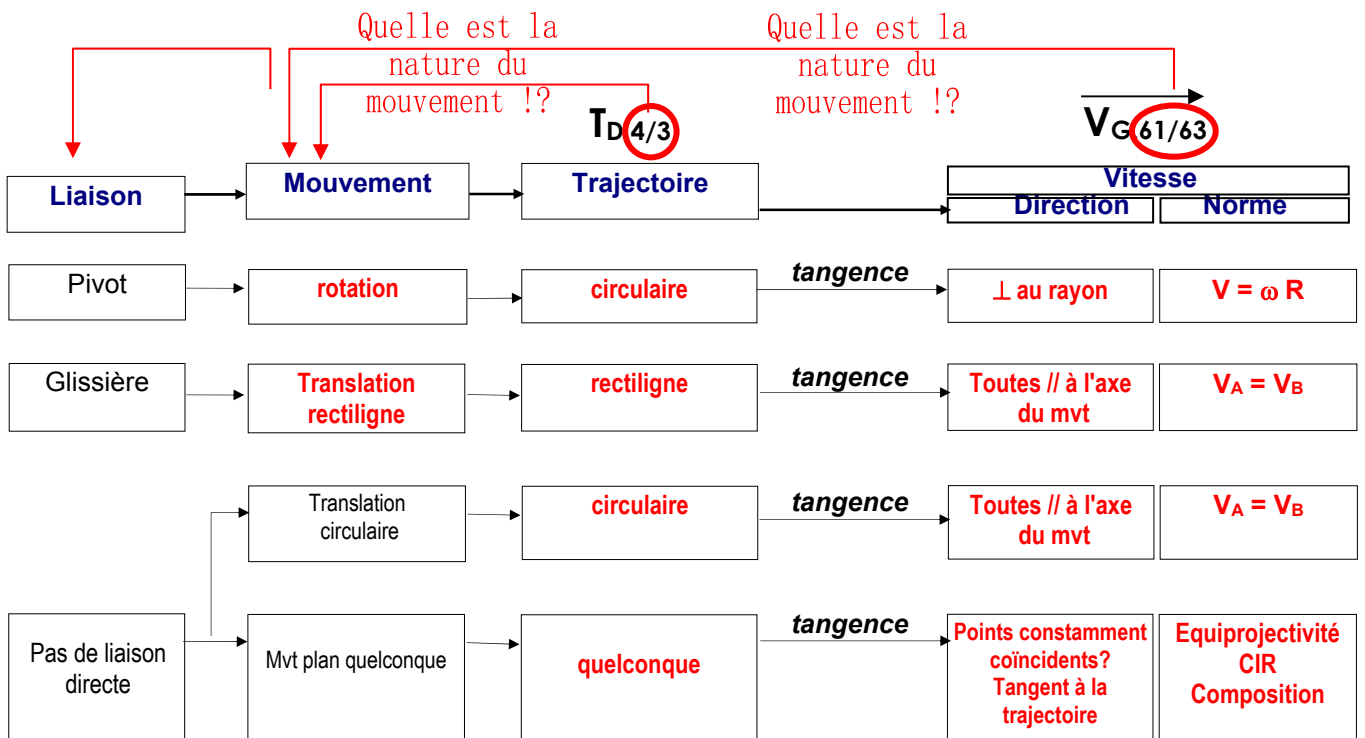
✓ Exemple : V.T.T. en mouvement de translation rectiligne



⇒ Compléter les cadres pour chacun des 5 mouvements et repérer les trajectoires sur la fig. 8

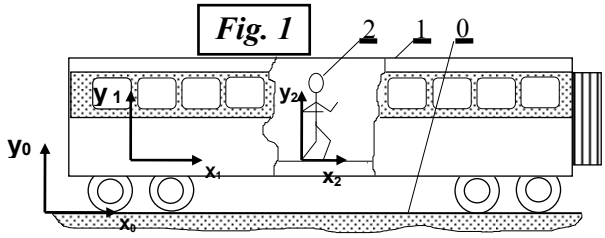
## 8 METHODE DE TRAVAIL :

En cinématique, il faut avant tout définir les liaisons entre solides. De là, on en déduit la nature du mouvement et en appliquant ses propriétés on définit une position, une trajectoire, une vitesse, une accélération.



# CINEMATIQUE

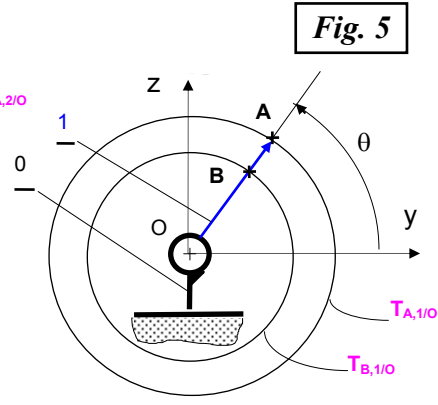
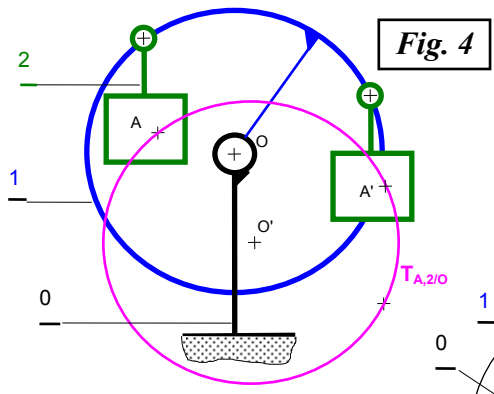
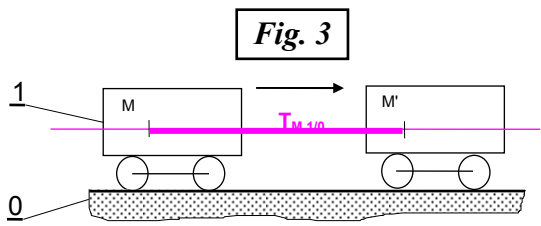
## MOUVEMENTS



**Fig. 2**

	Mvt 1/0	Mvt 2/0	Mvt 2/1	Mvt 2/0
Solide de référence	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
Repère de référence	<b>R<sub>0</sub></b>	<b>R<sub>0</sub></b>	<b>R<sub>1</sub></b>	<b>R<sub>0</sub></b>
Mvt relatif / absolu	<b>absolu</b>	<b>absolu</b>	<b>relatif</b>	<b>absolu</b>

## TRAJECTOIRES



### V.T.T. en mouvement de translation rectiligne

**Mvt 2/0 : translation rectiligne d'axe x**  
 $T_{A,2/0}$  : Segment de droite [AA']  
 $T_{B,2/0}$  : Segment de droite [BB']  
 $T_{C,2/0}$  : Segment de droite [CC']

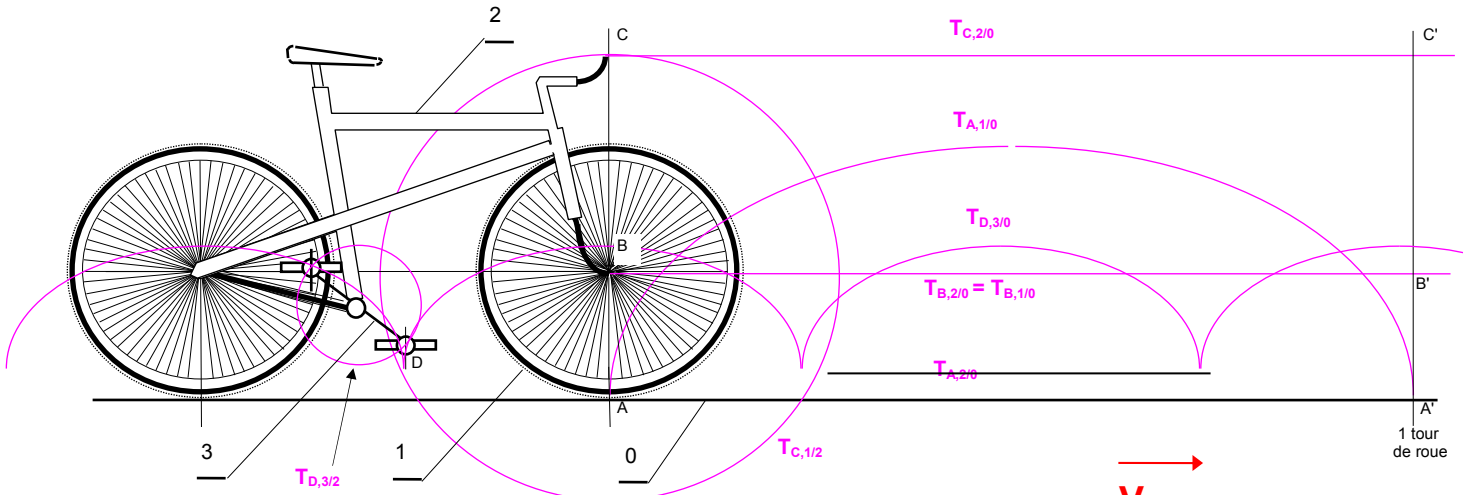
**Mvt 1/2 : Rotation d'axe (B,z)**  
 $T_{C,1/2}$  : Cercle (centre B, rayon BC)  
 $T_{A,1/2}$  : Cercle (centre B, rayon BA)  
 $T_{B,1/2}$  : aucune (B est sur l'axe)

**Mvt 1/0 : Mouvement plan**  
 $T_{B,1/0}$  : Droite BB' (B1 et B2 sont coïncidents)  
 $T_{A,1/0}$  : Cycloïde

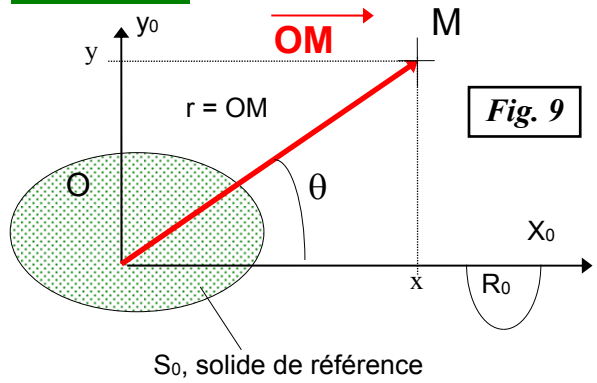
**Mvt 3/2 : Rotation d'axe (E,z)**  
 $T_{D,1/2}$  : Cercle (centre E, rayon ED)

**Mvt 3/0 : Mouvement plan**  
 $T_{D,3/0}$  : Cycloïde

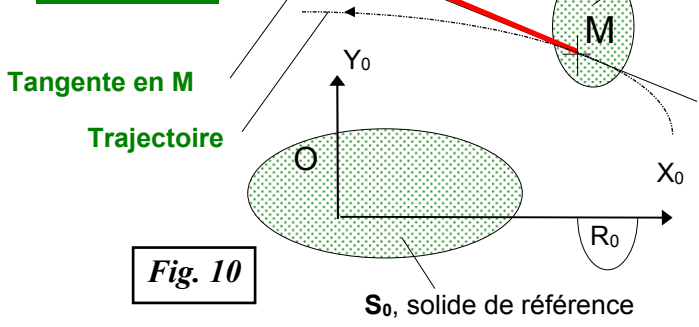
**Fig. 8**



## POSITION



## VITESSES



# CINEMATIQUE : Vitesse du POINT\_Mouvements simples

## 1) INTRODUCTION :

Le but de ce chapitre est de définir la vitesse de n'importe quel point d'un solide en mouvement simple de translation ou de rotation. L'étude est limitée aux systèmes pouvant être modélisés dans un plan.

## 2) VITESSE D'UN POINT :

La vitesse représente la variation de la position au cours du temps. La vitesse d'un point est graphiquement représentée par un vecteur :

Définition : La vitesse à un instant  $t$  (vitesse instantanée) d'un point  $M$  appartenant à un solide  $S$  dans son mouvement par rapport à un solide de référence  $S_0$  est définie telle que :

$\vec{V}_{M,S/S_0}$

Direction : **Tangent à  $T_{M,S/S_0}$**   
 sens : **imposé par le mvt de S/S<sub>0</sub>**  
 norme :  **$\|\vec{V}_{M,S/S_0}\|$  en (m)/s**  
 point d'application : **M**

Tangente en M  
Trajectoire

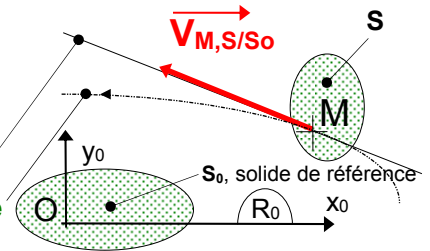


Fig. 10

### Cas du solide en translation :

Tous les points du solide ont leur vecteur vitesse égaux .

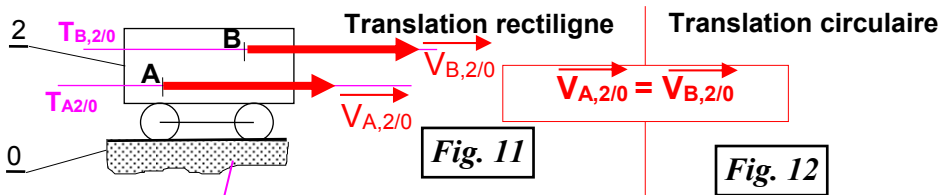


Fig. 11

Fig. 12

### Cas du solide en rotation :

La vitesse d'un point A d'un solide 1 animé d'une vitesse angulaire  $\omega_{1/0}$  est proportionnelle à son éloignement du centre O :

$\omega_{1/0}$  est le vecteur vitesse angulaire en rd/s.  $N_{1/0}$  est la fréquence de rotation en tour/mn.

Soit  $OA = R$  (Rayon), alors,  $\|\vec{V}_{A,1/0}\|$  s'écrit :  $\|\vec{V}_{A,1/0}\| = V_A = \omega_{1/0} \cdot OA$

Relation de distribution des vitesses

Exemple : soit  $N_{1/0} = 1432,4$  tr.mn<sup>-1</sup>,  $OA = 30$  mm. Echelle des vitesses : 1cm  $\Rightarrow$  2m/s

1. Déterminer  $\|\vec{V}_{A,1/0}\|$ .

$\|\vec{V}_{A,1/0}\| = V_A = 150 \cdot 0,03 = 4,5$  m/s

$\omega = \frac{2 \pi N}{60}$  (rd/s)

Avec :  $\omega_{1/0} = 2\pi \cdot 1432,5/60 = 150$  rd/s

2. Construire  $\vec{V}_{A,1/0}$  et  $\vec{V}_{B,1/0}$ .

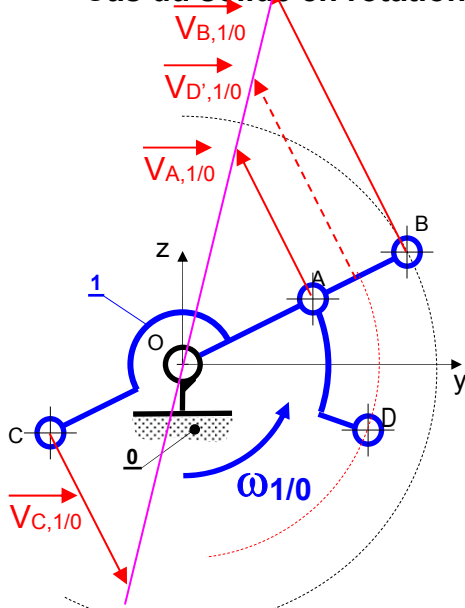
$\|\vec{V}_{B,1/0}\| = V_B = 150 \cdot 0,051 = 7,65$  m/s

3. Construire la droite ( $\Delta$ ) passant par l'extrémité de ces 2 vecteurs

4. Construire  $\vec{V}_{C,1/0}$ . Donner sa norme :

$\|\vec{V}_{C,1/0}\| = V_C = V_A$  car  $OA=OC$

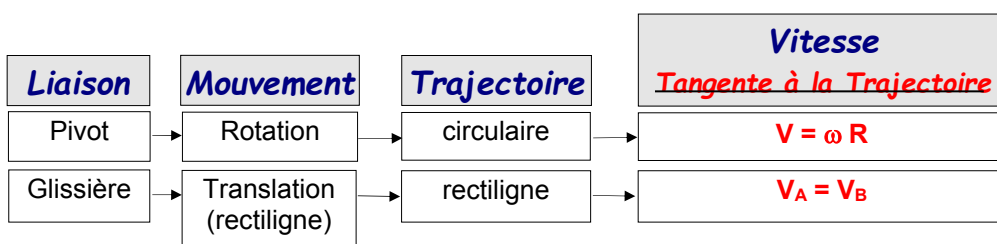
5. Construire  $\vec{V}_{D,1/0}$ . Donner sa norme



Sur la figure:  $OA=14$ mm,  $OB=24$ mm en A5 (A4 réduit)  
 $OA=19$ mm,  $OB=33$ mm en A4

En réalité:  $OB_{rel} = 30 \cdot 24/14 = 51,42$  mm

La droite ( $\Delta$ ) est appelée **droite de distribution des vitesses** ou **droite d'homothétie**.



En cinématique, il faut avant tout définir les liaisons entre solides. De la, on en déduit la nature du mouvement et en appliquant ses propriétés, on définit dans l'ordre :

- $\Rightarrow$  une position,
- $\Rightarrow$  une trajectoire,
- $\Rightarrow$  une vitesse,
- $\Rightarrow$  une accélération.