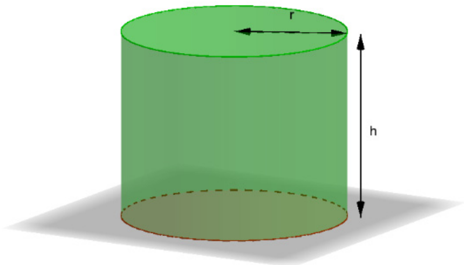
Situation d'évaluation n°1

BTS MV[1]

Fonction et probabilités

Exercice 1

On souhaite réaliser des réservoirs cylindriques pour stocker des produits pétroliers dont le volume est 500 m^3. Pour des raisons économiques, on cherche à minimiser la quantité de matériau utilisée pour la fabrication du réservoir. En considérant l'épaisseur constante, on ramène le problème à l'étude de l'aire extérieure du réservoir, composée de l'aire du fond (on ne considère pas le dessus, qui est constitué d'un autre matériau) et de l'aire latérale.



On note r et h le rayon et la hauteur du cylindre, exprimés en mètres. On suppose que r est compris entre 0,5 et 10. On désigne par S l'aire du fond, exprimée en m^2.

Partie A – Résolution à l'aide d'un tableur

1. Justifier la relation $h = \frac{500}{S}$.
2. Dans un tableur recopier et compléter le tableau suivant, jusqu'à la valeur de $r = 10$.

	A	B	C	D	E
1	r	Aire du fond S	h	Aire latérale	Aire extérieure
2	0,5	0,785398163	636,62	2000	2000,785398
3	1				
4	1,5				
5	2				
6	2,5				
7	3				

3. A l'aide du tableur, donner la valeur de r pour laquelle l'aire totale est minimale.

Partie B – Résolution à l'aide d'un logiciel de calcul formel

On admet que l'aire totale peut s'exprimer en fonction du rayon r à l'aide de la fonction sur [0,5 ;10] par $f(r) = \pi r^2 + \frac{1000}{r}$.

1. Etudier rapidement les variations de la fonction f. On peut, pour cela s'appuyer sur un logiciel de calcul formel.
2. En déduire la valeur de r pour laquelle l'aire totale est minimale ainsi que la hauteur du réservoir.
   → *Appeler le professeur pour valider vos résultats*

Exercice 2

Une entreprise fabrique en grande série des véhicules électriques équipés de batteries au nickel-cadmium. On se propose d'étudier l'autonomie en kilomètres de ces véhicules.

Partie A

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque véhicule pris au hasard dans la production, associe son autonomie.

On admet que X suit la loi normale de moyenne μ=104 et d'écart type σ=6.

1. Déterminer, à 10^{-2} près, la probabilité p_1 que l'autonomie d'un véhicule pris au hasard dans la production soit comprise entre 98 et 122.
2. La probabilité qu'un véhicule ait une autonomie insuffisante et soit donc déclaré non conforme au cahier des charges est $p_2 = 0{,}04$. Calculer l'autonomie correspondante, c'est-à-dire le nombre réel d tel que $P(X <= d) = 0{,}04$.

Partie B

Les véhicules sont parqués par lots de 75 avant de recevoir le certificat de conformité.

On note Y la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 75 véhicules pris au hasard dans la production, associe le nombre de véhicules non conformes.

La production est assez importante pour qu'on puisse assimiler tout échantillon de 75 véhicules à un échantillon prélevé avec remise.

On suppose que la probabilité qu'un véhicule soit non conforme est 0,04.

1. Expliquer pourquoi Y suit une loi binomiale et donner les paramètres de cette loi.
2. Calculer à 10^{-3} près, la probabilité $p_3 = P(Y = 0)$ de l'événement « dans l'échantillon prélevé au hasard tous les véhicules sont conformes ».

→ *Appeler le professeur pour valider vos résultats*