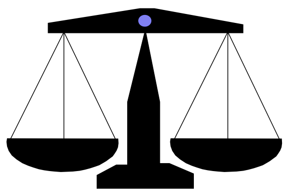
FORMULAIRE DE MECA !

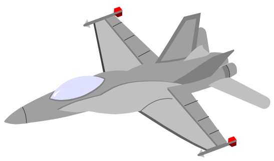
Révision de la mécanique - SEP

Tout le menu =>

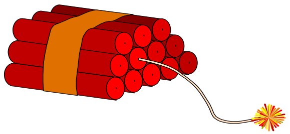
La statique



La cinématique



La dynamique



Lycée Louis Armand 94 (O. LEBLOND)

(avec l'aide des documents de NOEL DIDIER)

Mécanique appliquée

Statique

- Principe des actions mutuelles
- Relation Poids / Masse
- La pression (Action répartie sur une surface)
- LE PFS
- Système soumis à deux forces
- Système soumis à 3 forces concourantes
- Système soumis à 3 forces parallèles
- Résolution analytique

Cinématique

- Généralité
  - Référentiel
  - Mouvements – Trajectoires
  - Vecteur vitesse
- Composition de mouvement
- Translation rectiligne
- Rotation
- Fréquence de rotation et vitesse angulaire
- Vitesse linéaire d’un point
- Le triangle des vitesses
- Cinématique Graphique – Mouvement plan
  - L’ équiprojectivité
  - Le Centre Instantanée de Rotation (C.I.R.)

Dynamique

LA STATIQUE

- Principe des actions mutuelles
- Relation Poids / Masse
- La pression (Action répartie sur une surface)
- LE PFS
- Système soumis à deux forces
- Système soumis à 3 forces concourantes
- Système soumis à 3 forces parallèles
- Résolution analytique

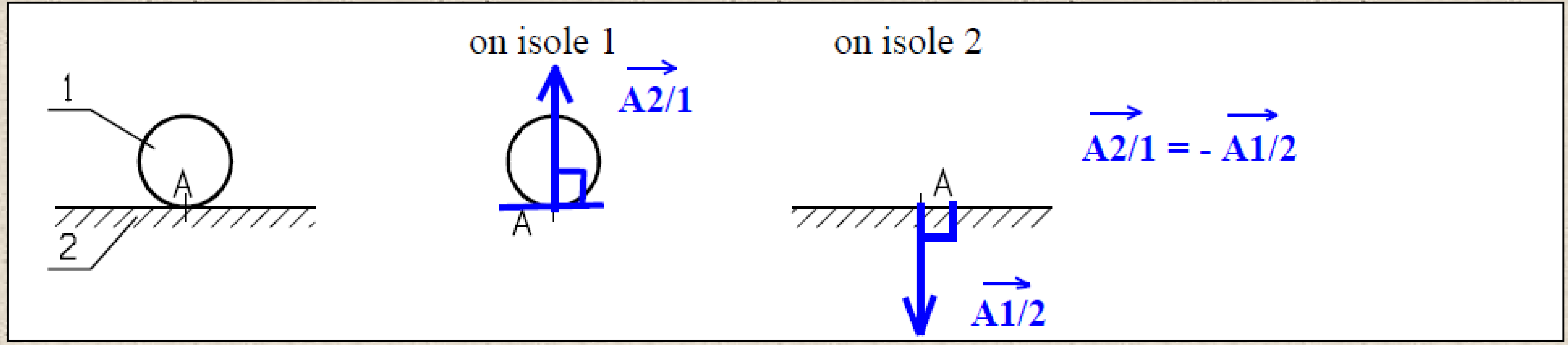
Principe des actions mutuelles

Pour 2 solides en contact et en équilibre, repères 1 et 2, l’action exercée par le solide 1 sur le solide 2 est égale et directement opposée à l’action du solide 2 sur le solide 1

Remarque:

S’il n’y a pas de frottement les actions sont perpendiculaires au plan tangent aux 2 surfaces de contact et sont dirigées vers l’intérieur de la matière

Exemple:



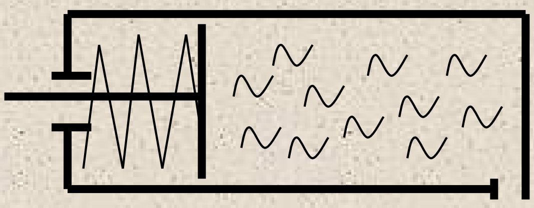
Relation Poids / Masse

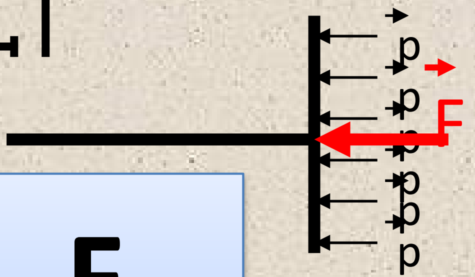
$$P = m \cdot g$$

P est appelée poids ou pesanteur.
Le Poids est représenté par un vecteur dirigé vers le bas, appliqué au centre de gravité

Avec :
- P : poids du corps en newton (N)
- m : masse du corps en kilogramme (kg)
- g : intensité de la pesanteur (N/kg) g = 9,81 N/kg (simplifié g= 10 N/kg)

La pression
(Action répartie sur une surface)





<u>Exemple:</u> Pression d'un fluide sur le piston d'un vérin

Lorsque l'action de contact est répartie sur une surface, celle-ci est schématisée par une pression de contact uniforme.

Une répartition surfacique peut être remplacée par une résultante **F**

$$P = \frac{F}{S}$$

P = Pression

unité légale de la pression: le pascal … 1 MPa = 1N/mm²

Unité conventionnelle : le bar …………. 1 bar = 1 daN/cm²

1 bar = 10^5 Pa

F = Force en newton (N) ou daN

S = section en m² ou cm²

LE PFS

Le **principe fondamental de la statique (PFS)**
exprime les conditions d'équilibre d'un solide dans un référentiel.

Un solide soumis à l'action de plusieurs forces est en équilibre si:

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$$

La somme vectorielle de toutes les forces extérieures est nulle.

$$\sum M_{i(F_{ext})} = 0$$

Le moment résultant en un même point de toutes les forces extérieures est nulle.

Système soumis à deux forces

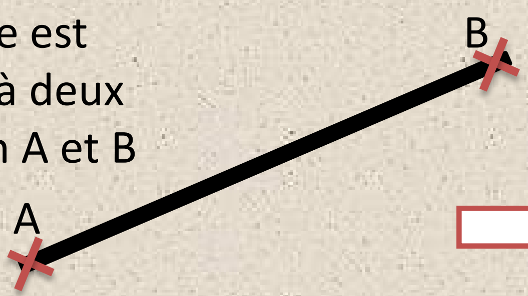
Si un solide est en équilibre sous l'action de deux forces extérieures, alors ces deux forces sont égales et opposées.

Leurs directions passent par les deux points d'application des forces.

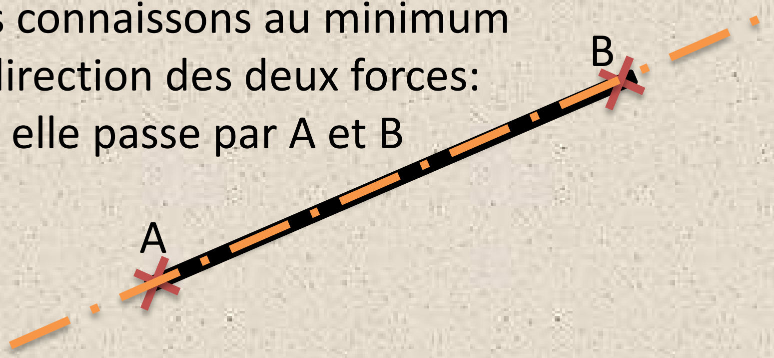
(Même direction et intensité mais sens opposé)

<u>Exemple:</u>

La barre est soumise à deux actions en A et B



Nous connaissons au minimum la direction des deux forces: elle passe par A et B



Système soumis à 3 forces concourantes

Un solide soumis à l'action de trois forces extérieures non parallèles est en équilibre, si:
- La somme des trois forces est nulle
- Les trois forces sont concourantes en un point.

Exemple :

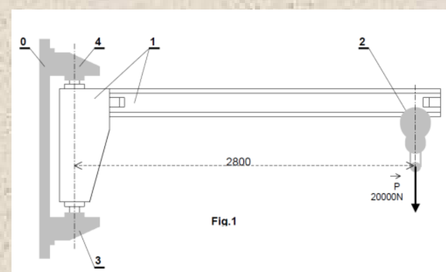


Fig.1

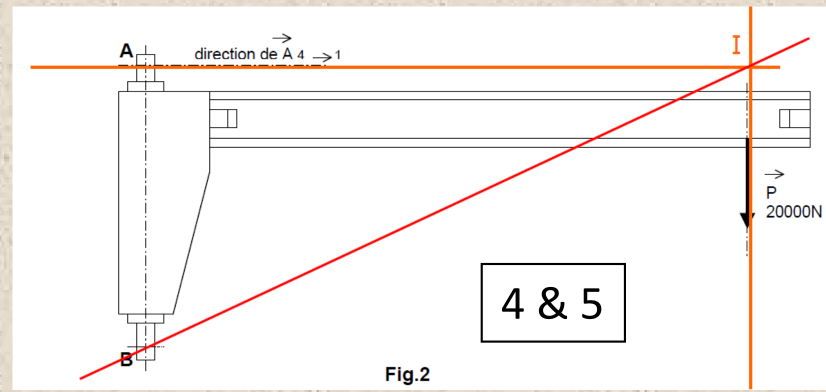
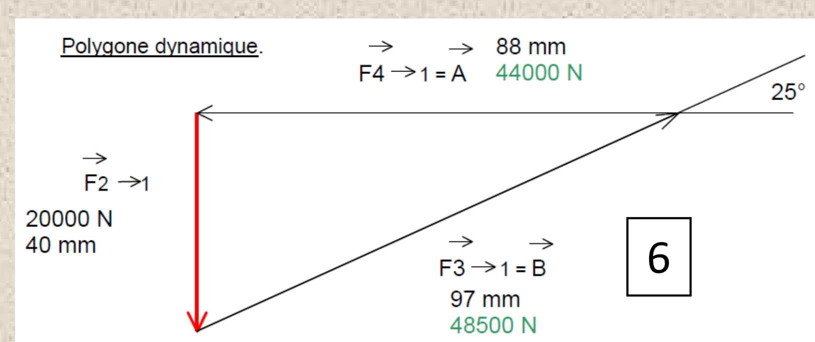


Fig.2

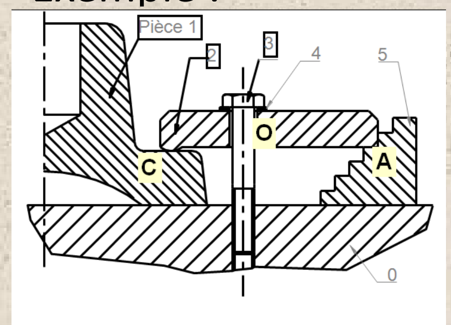


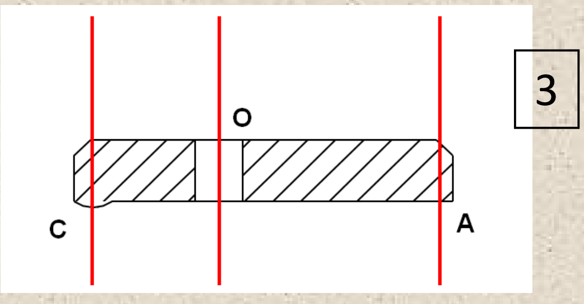
1- Faire le tableau bilan des forces
2- Enoncé le PFS
3- Faire se concourir les deux directions connues
4- Tracer la troisième direction
5- Définir une échelle pour tracer le dynamique
6- Tracer le dynamique des forces
7- Remplir le tableau bilan

Système soumis à 3 forces parallèles

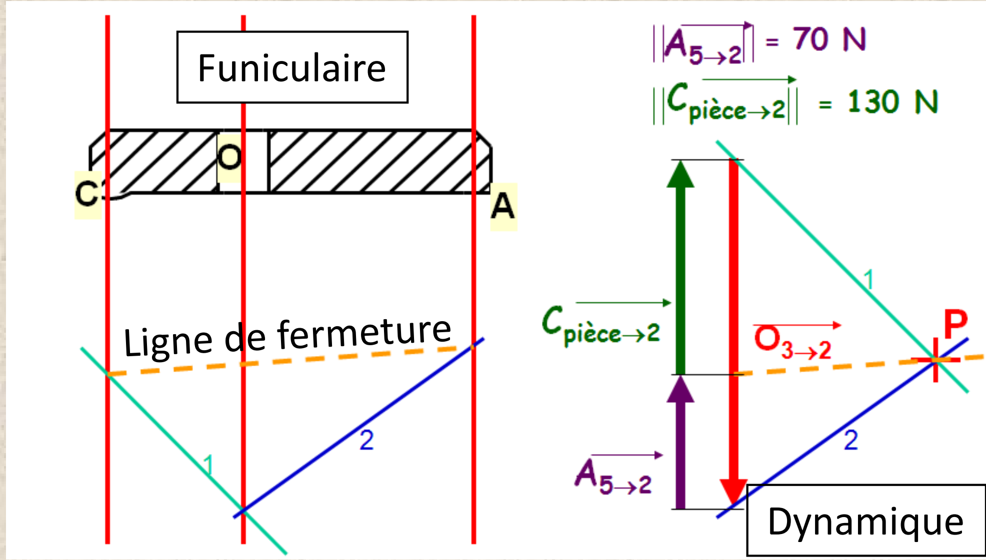
Si, dans un solide soumis à l'action de trois forces extérieures, deux forces sont parallèles, alors, les trois forces le sont.

Exemple :





1- Faire le tableau bilan des forces
2- Enoncé le PFS
3- Prolonger les trois directions parallèles (funiculaire)
4- Commencer le dynamique en plaçant un pôle
5- Tracer la force connue dans le dynamique
6- Tracer les deux rayons polaires 1 et 2
7- Reporter les rayons 1 et 2 sur le funiculaire
8- Tracer la ligne de fermeture
9- Reporter la ligne de fermeture sur le dynamique
10- Déterminer les forces et remplir le tableau bilan



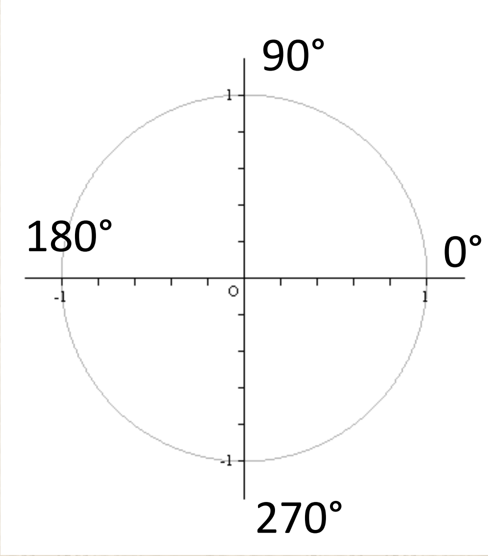
Résolution analytique

Pour une résolution analytique,
il faut énoncer le PFS et le vérifier par les calculs.

1- La projection d'une force

$$\vec{Fa} = Fa \cdot \cos\alpha \cdot \vec{x} + Fa \cdot \sin\alpha \cdot \vec{y}$$

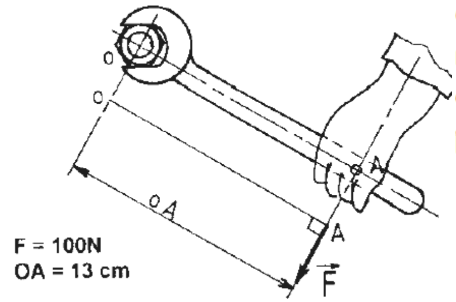
α est un angle orienté



Si la force est totalement inconnue:

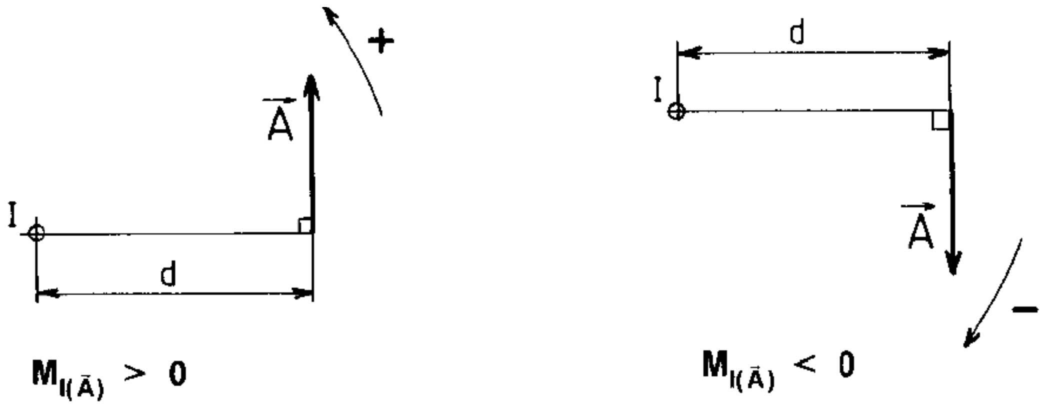
$$\vec{Fa} = Fax \cdot \vec{x} + Fay \cdot \vec{y}$$

2- Le moment d'une force



On appelle moment d'une force F par rapport à un point O, noté Mo(F) le produit de la force par la distance de la force au point (bras de levier)

$$\boxed{Mo(\vec{F}) = F \times OA = F \times d}$$



LA CINEMATIQUE

- Généralité
- Composition de mouvement
- Translation rectiligne
- Rotation
- Cinématique Graphique – Mouvement plan
    - L’ équiprojectivité
    - Le Centre Instantanée de Rotation (C.I.R.)

Cinématique - Généralité

La cinématique est la partie de la mécanique qui permet d'étudier et de décrire les mouvements des corps, indépendamment des causes qui les produisent.

Grandeurs étudiées : Position Trajectoire Vitesse Accélération

Référentiel absolu ou relatif

Exemple =>

Un mouvement est dit absolu s'il est décrit par rapport a un référentiel absolu (au repos absolu).

La terre peut-être assimilée avec une très bonne approximation à un référentiel absolu.

Un mouvement est relatif s'il est décrit par rapport a un référentiel en mouvement (référentiel relatif).

Repère de temps

Quelle que soit l'étude cinématique, on a toujours besoin de se situer dans le temps. On appelle instant t le temps écoulé depuis une origine des temps t0=0, choisie arbitrairement.

L' unité de mesure du temps est la seconde, notée s.

Vecteur position

Il nous faut être en mesure, a tout instant, de définir la position de n'importe quel point du solide dans l'espace. A cette fin, on utilise un vecteur position.

Mouvements Trajectoires

Translation	Rotation	Combiné
Rectiligne	Circulaire	Quelconque

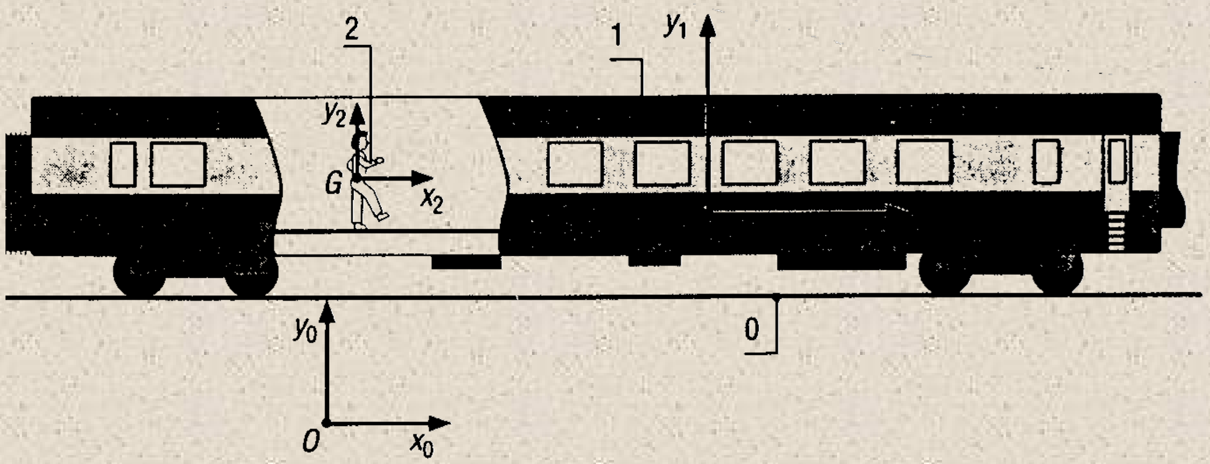
Exemple =>

vecteur vitesse

Le vecteur vitesse se trouve toujours tangent à la trajectoire et va dans le sens du mouvement

Exemple =>

Référentiel absolu ou relatif



$R_0 = (O; \overrightarrow{X_0}; \overrightarrow{Y_0}; \overrightarrow{Z_0})$, le repère lié à la terre est **un repère absolu**.

$R_1 = (A; \overrightarrow{X_1}; \overrightarrow{Y_1}; \overrightarrow{Z_1})$, le repère lié au train est **un repère relatif**.

$R_2 = (G; \overrightarrow{X_2}; \overrightarrow{Y_2}; \overrightarrow{Z_2})$, le repère lié au voyageur est **un repère relatif**.

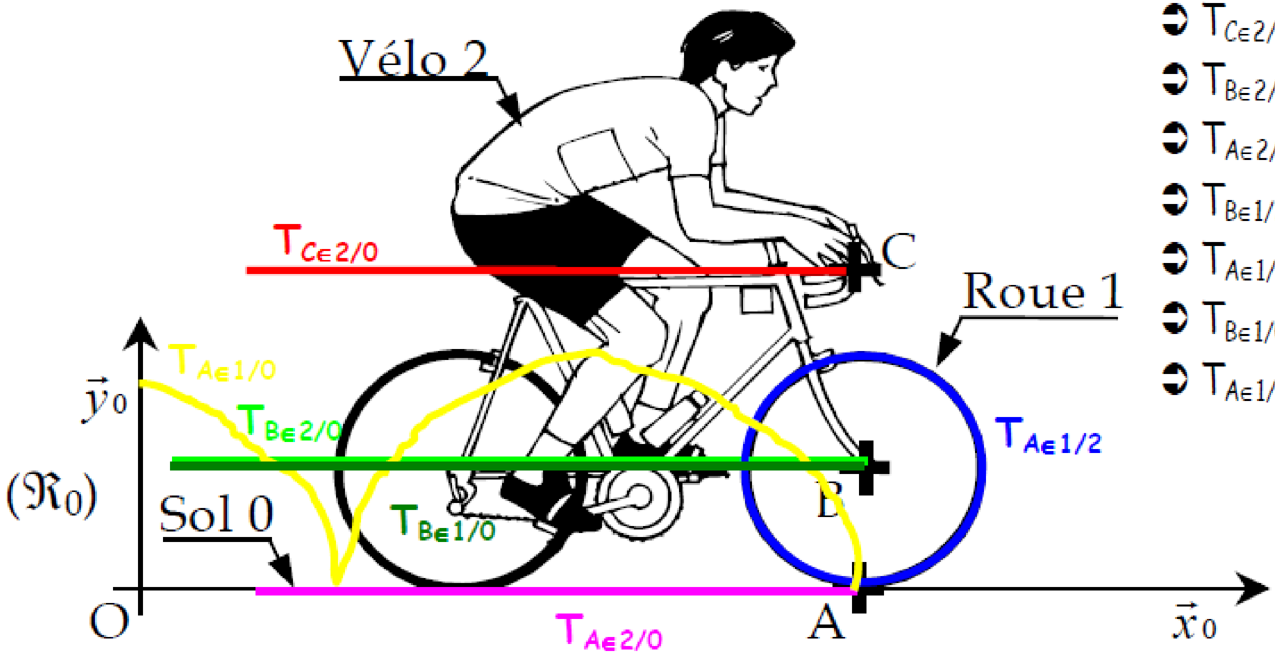
Le mouvement du wagon 1 par rapport à la terre 0 noté $M^{vt}_{1/0}$ est un mouvement **absolu** car il est décrit par rapport au repère R_0 lié à la terre qui est un repère fixe.

Le mouvement du voyageur 2 par rapport à la terre 0 noté $M^{vt}_{2/0}$ est un mouvement **absolu** car il est lui aussi décrit par rapport au repère R_0 lié à la terre qui est un repère fixe.

Le mouvement du voyageur 2 par rapport au wagon 1 noté $M^{vt}_{2/1}$ est un mouvement **relatif** car il est défini par rapport au repère R_1 qui est un repère mobile.

Mouvements et Trajectoires

Soit une bicyclette en mouvement par rapport à un repère $\Re_0$ considéré comme un repère fixe.
Soit A le point de contact entre la roue 1 et le sol 0.
Soit B le centre de l'articulation entre la roue 1 et le cadre 2.
Soit C un point appartenant à une poignée de frein.

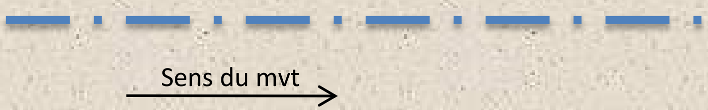


- $T_{C\in 2/0}$: *segment de droite // (0,x_0).*
- $T_{B\in 2/0}$: *segment de droite // (0, x_0).*
- $T_{A\in 2/0}$: *segment de droite (A, x_0).*
- $T_{B\in 1/2}$: *point.*
- $T_{A\in 1/2}$: *Cercle de centre B et de rayon AB.*
- $T_{B\in 1/0}$: *segment de droite // (0, x_0).*
- $T_{A\in 1/0}$: *Cycloïde.*

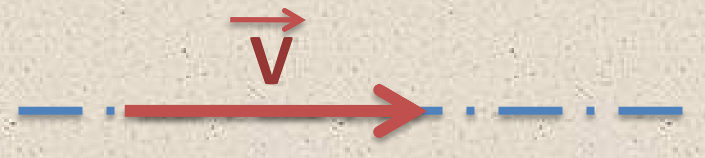
Mouvement	2/0		1/2	1/0
	Translation		Rotation	Combiné
Trajectoire	TC2/0	TB2/0	TA1/2	TA1/0
	Rectiligne	Rectiligne	Circulaire	Quelconque (Cycloïde)

Vecteur vitesse

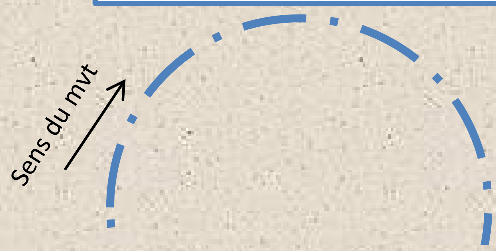
Trajectoire rectiligne



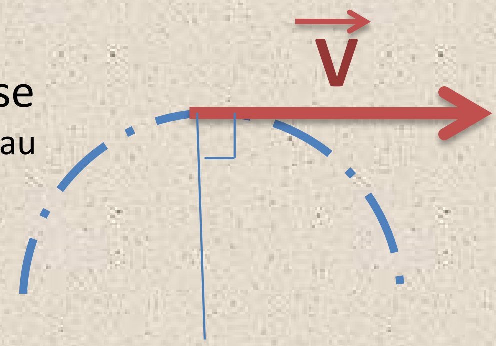
Vecteur vitesse



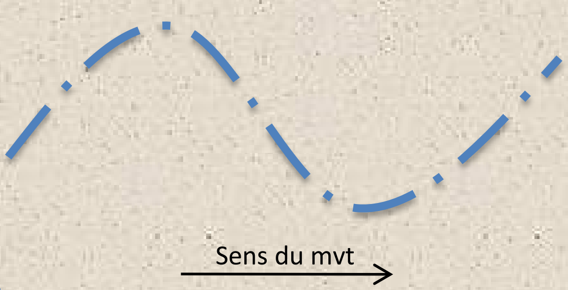
Trajectoire circulaire



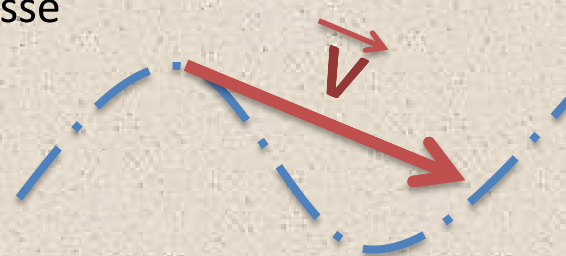
Vecteur vitesse
(perpendiculaire au rayon)



Trajectoire quelconque



Vecteur vitesse
(tangent à la trajectoire)



Composition de mouvement
Composition des vitesses

Composition de mouvement

Soit un solide 3 soumis à un mouvement par rapport à un deuxième solide 2 lui-même en mouvement par rapport à un troisième solide 1.
Le mouvement du solide 3 par rapport au solide 1 est le composé des deux mouvements précédents.

On dit qu'il y a composition de mouvement entre les solides 1,2 et 3.

$$\boxed{\text{Mvt } 3/1 = \text{Mvt } 3/2 + \text{Mvt } 2/1}$$

Exemple =>

Composition des vitesses

<u>Relation entre les vitesses en un point</u>
Soit un point A appartenant à un solide 3 soumis à un mouvement par rapport à un deuxième solide 2 lui-même en mouvement par rapport à un troisième solide 1.
On peut écrire au point A, la relation de composition des vitesses.

$$\boxed{\overrightarrow{V}_{A\ 3/1} = \overrightarrow{V}_{A\ 3/2} + \overrightarrow{V}_{A\ 2/1}}$$

Composition de mouvement
Composition des vitesses

Composition de mouvement

Dans l'exemple ci-contre:
Le mouvement du ballon par rapport au vent est noté : Mvt 2/1
Le mouvement du vent par rapport à la terre est noté: Mvt 1/0

On dit qu'il y a composition de mouvement entre les solides 0,1 et 2.

$$\boxed{\text{Mvt } 2/0 = \text{Mvt } 2/1 + \text{Mvt } 1/0}$$

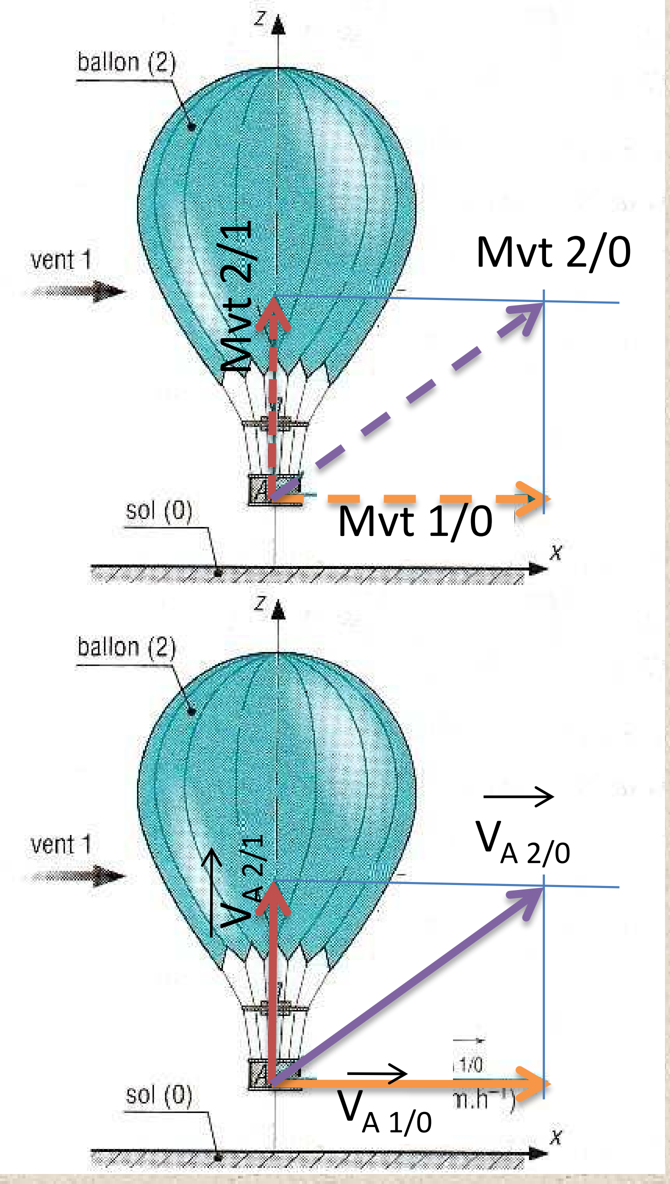
Composition des vitesses

Dans l'exemple ci-contre:
La vitesse du ballon par rapport au vent est noté : $\overrightarrow{V_{A\,2/1}}$

La vitesse du vent par rapport à la terre est noté: $\overrightarrow{V_{A\,1/0}}$

On dit qu'il y a composition de mouvement entre les solides 0,1 et 2.

$$\boxed{\overrightarrow{V_{A\,2/0}} = \overrightarrow{V_{A\,2/1}} + \overrightarrow{V_{A\,1/0}}}$$



Translation rectiligne

Un Mouvement Rectiligne Uniforme (MRU) est caractérisé par :

- sa trajectoire qui est une droite
- sa vitesse V constante

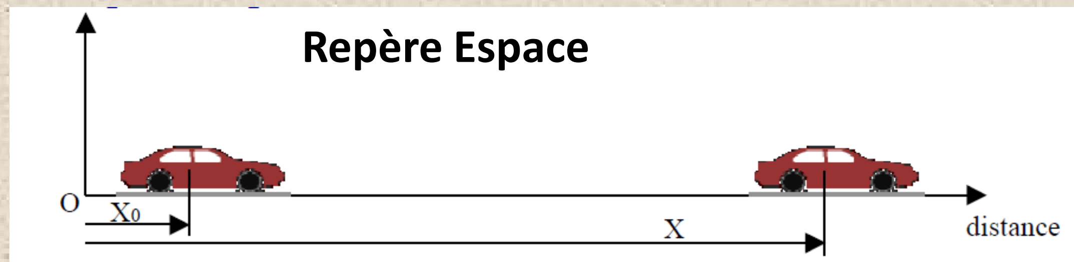
Vitesse moyenne

$$V = \frac{d}{t}$$

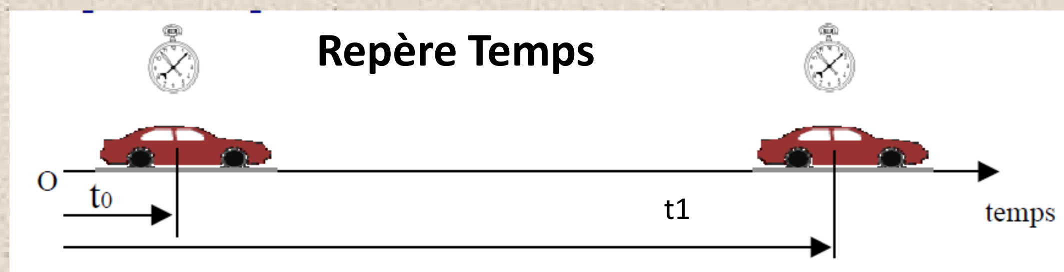
$$X = V\,t + X0$$

Equation horaire du mouvement

t	=durée du déplacement
X0	= Position de départ
X	= Position d'arrivée

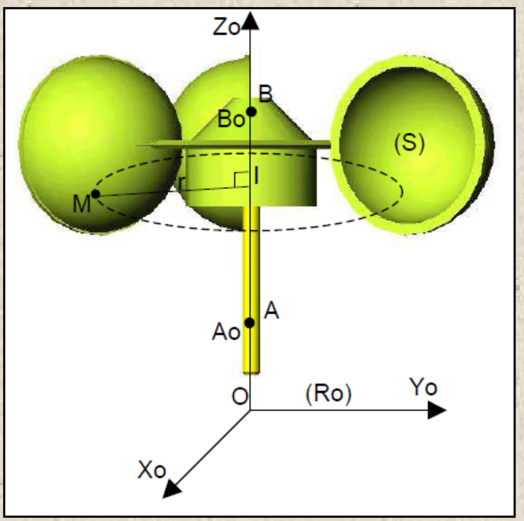


X0 : position du mobile à l'instant t = 0
(déclenchement du chronomètre)
X - X0 : espace parcouru en mètres (m)



t0 : origine des temps
(déclenchement du chronomètre)
t1 : instant ou date
t = t1 - t0 : durée exprimée en secondes (s)

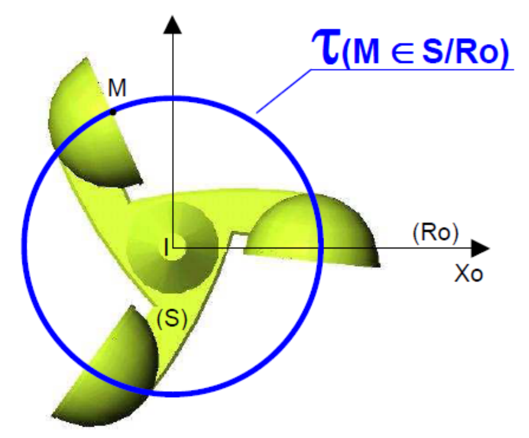
Rotation



Un solide (S) est animé d'un mouvement de ROTATION AUTOUR D'UN AXE FIXE s'il existe deux points A et B distincts appartenant à (S) ***qui coïncident en permanence avec deux points fixes Ao et Bo appartenant au repère Ro.***

CARACTERISTIQUES DU MOUVEMENT

Tout point M appartenant à (S) et non situé sur l'axe de rotation (O,Zo) a pour TRAJECTOIRE un ***CERCLE dans le repère Ro. Le centre (I) du cercle est la projection*** du point M sur l'axe de rotation.



(Girouette vue de dessus)

- **Fréquence de rotation et vitesse angulaire**
- **Vitesse linéaire d'un point**
- **Le triangle des vitesses**

Fréquence de rotation et vitesse angulaire

La FREQUENCE DE ROTATION du solide (S) dans le repère Ro correspond ***au nombre de tours qu'il effectue en 1 minute autour de son axe***

Elle est notée : ***N est exprimée en tr/min (tours/minute)***

Exemple de notation : Pour le solide (1) la fréquence de rotation est notée ***N1***

*La **VITESSE ANGULAIRE** correspond à la fréquence de rotation exprimée en nombre de radians par seconde.*

*La **VITESSE ANGULAIRE de rotation** est **notée ω** et exprimée en **rad/s** (radians/seconde)*

*On la note **ω_1 pour le solide (1).***

RELATION ENTRE ω (rad/s) et N (tr/min)

$$\omega = \frac{2\pi \times N}{60} \quad \text{OU} \quad \omega = \frac{\pi \times N}{30}$$

Vitesse linéaire d’un point

Vitesse linéaire d’un point m appartenant a un solide en mouvement

LE VECTEUR VITESSE LINEAIRE du point M appartenant à (S) par rapport à Ro est noté :

$$\overrightarrow{V}_{M\ S/Ro}$$

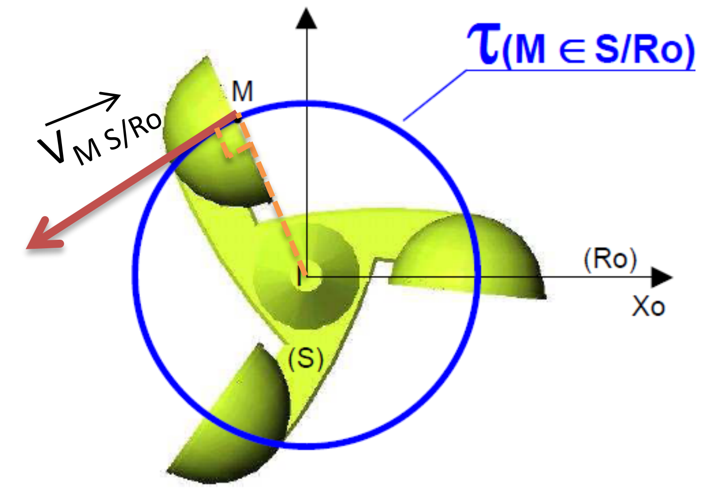
et est exprimé en ***m/s (mètres/seconde)***

- P.A. : ***Point M appartenant au solide (S)***
- Direction : ***Droite tangente au cercle en M ou perpendiculaire au rayon OM***
- Sens : ***Sens de la rotation***
- Norme : $\boxed{\|\overrightarrow{V}_{M\ S/Ro}\| = \omega \times R}$ ***Avec R = OM***

Vitesse linéaire

Vitesse angulaire

Rayon



(Girouette vue de dessus)

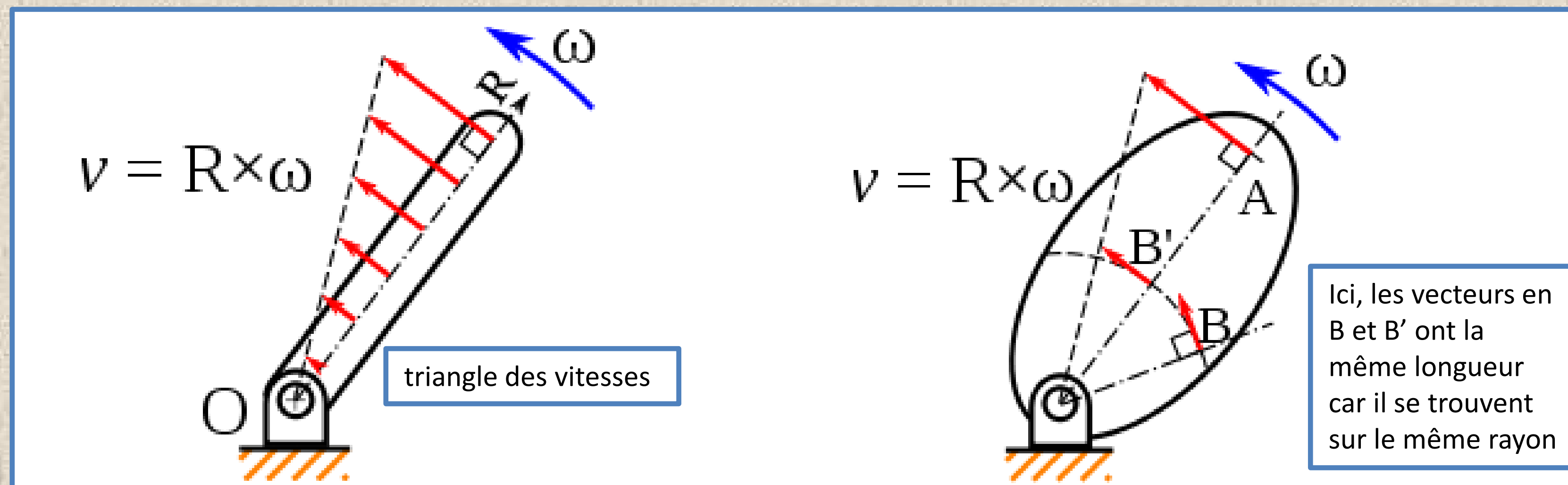
Le triangle des vitesses

La vitesse linéaire d’un point appartenant à un solide en rotation dépend donc :

- de la vitesse angulaire
- du rayon R (Distance entre le point et le centre de rotation)

Graphiquement, cela se traduit par le **triangle des vitesses**

Le triangle des vitesses met en évidence, pour une vitesse angulaire donnée, le rapport entre le rayon et la vitesse linéaire.



Mouvement plan L’ équiprojectivité

Définition du mouvement plan

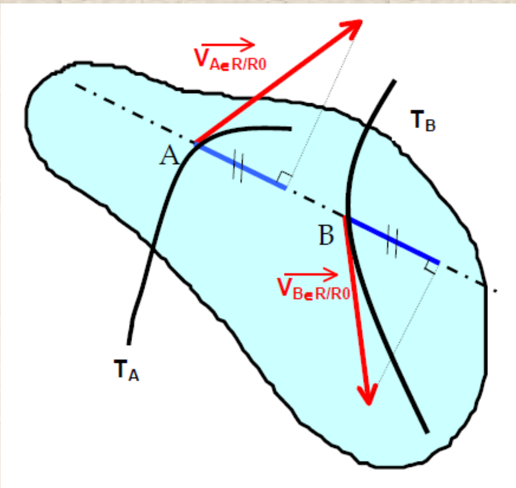
Tout solide est dit en mouvement plan lorsque tous les points appartenant a ce solide se déplacent parallèlement a un plan fixe de référence.

Théorème de l’équiprojectivité

Si A et B sont deux points distincts d’un solide, la projection orthogonale du vecteur vitesse du point A sur la droite (AB) est égale a la projection orthogonale du vecteur vitesse du point B sur la même droite (AB).

On peut écrire : $\boxed{\overrightarrow{V_{M\ S/Ro}} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{V_{B\ S/Ro}} \cdot \overrightarrow{AB}}$

La propriété d’equiprojectivite est l’une des propriétés les plus importantes de la cinematique du solide



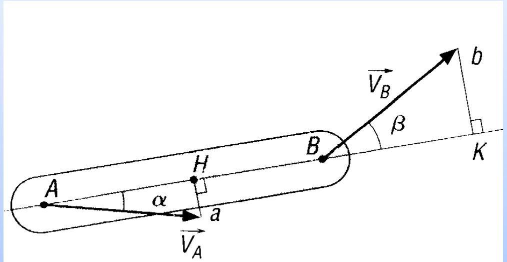
Exemple =>

CINEMATIQUE : Equiprojectivité

Principe :

Soit A et B deux points d'un solide en mouvement plan quelconque.

Les projections des vitesses de A et de B sur la droite (AB) sont égales.



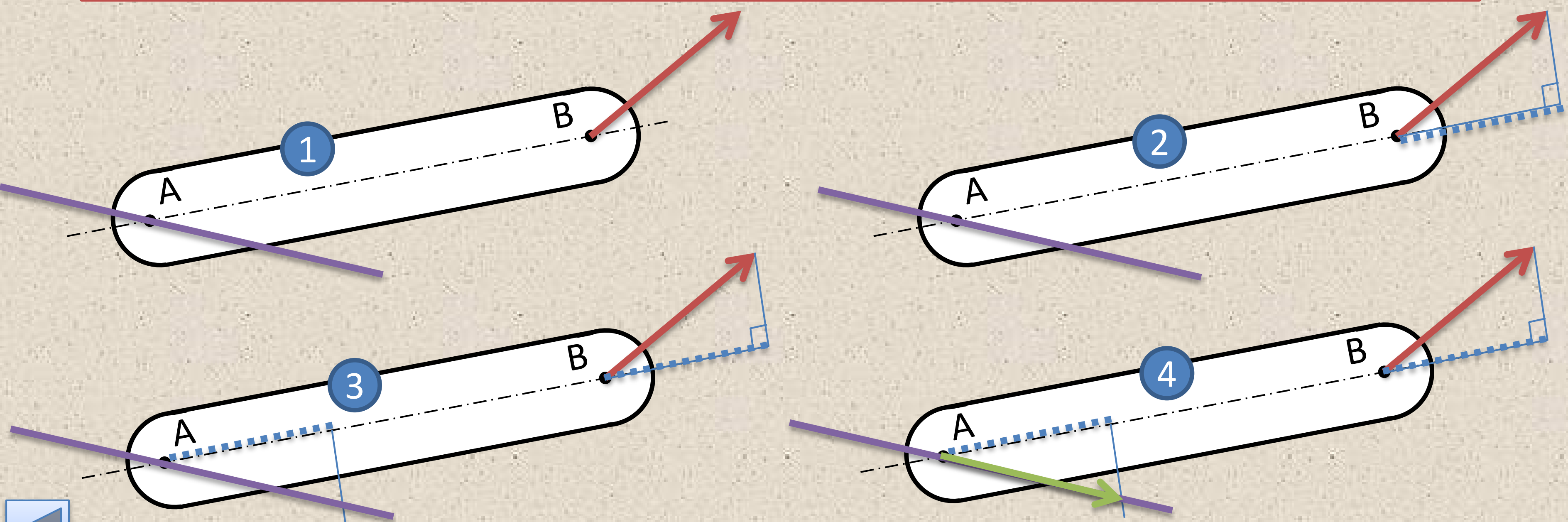
$$\overrightarrow{V_A} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{V_B} \cdot \overrightarrow{AB}$$

(AH = BK)

En pratique :

Attention : cette méthode s'applique à deux points d'une même pièce.

Les directions des deux vitesses doivent être connue, la méthode permet de trouver la norme de la seconde vitesse.



Mouvement plan Le C.I.R.

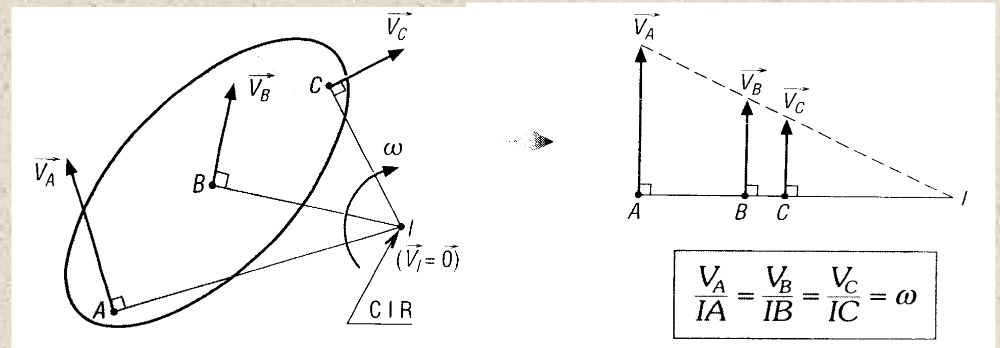
(Centre Instantané de Rotation)

Définition

Pour tout solide 1 en mouvement plan par rapport à un solide de référence 0, il existe un point I unique appelé centre instantané de rotation CIR, tel que la vitesse de ce point à l’instant considéré soit nulle : VI1/0 = 0

Construction

Le CIR est situé à l’intersection des perpendiculaires aux directions des vecteurs vitesses des points appartenant au solide en mouvement plan.
Les perpendiculaires sont tracées à partir des points d’application des vecteurs vitesse.
Pour connaître entièrement le champ des vitesses d’un solide en mouvement plan, il suffit de connaître le vecteur vitesse d’un point et la direction du vecteur vitesse d’un autre point.



Exemple =>

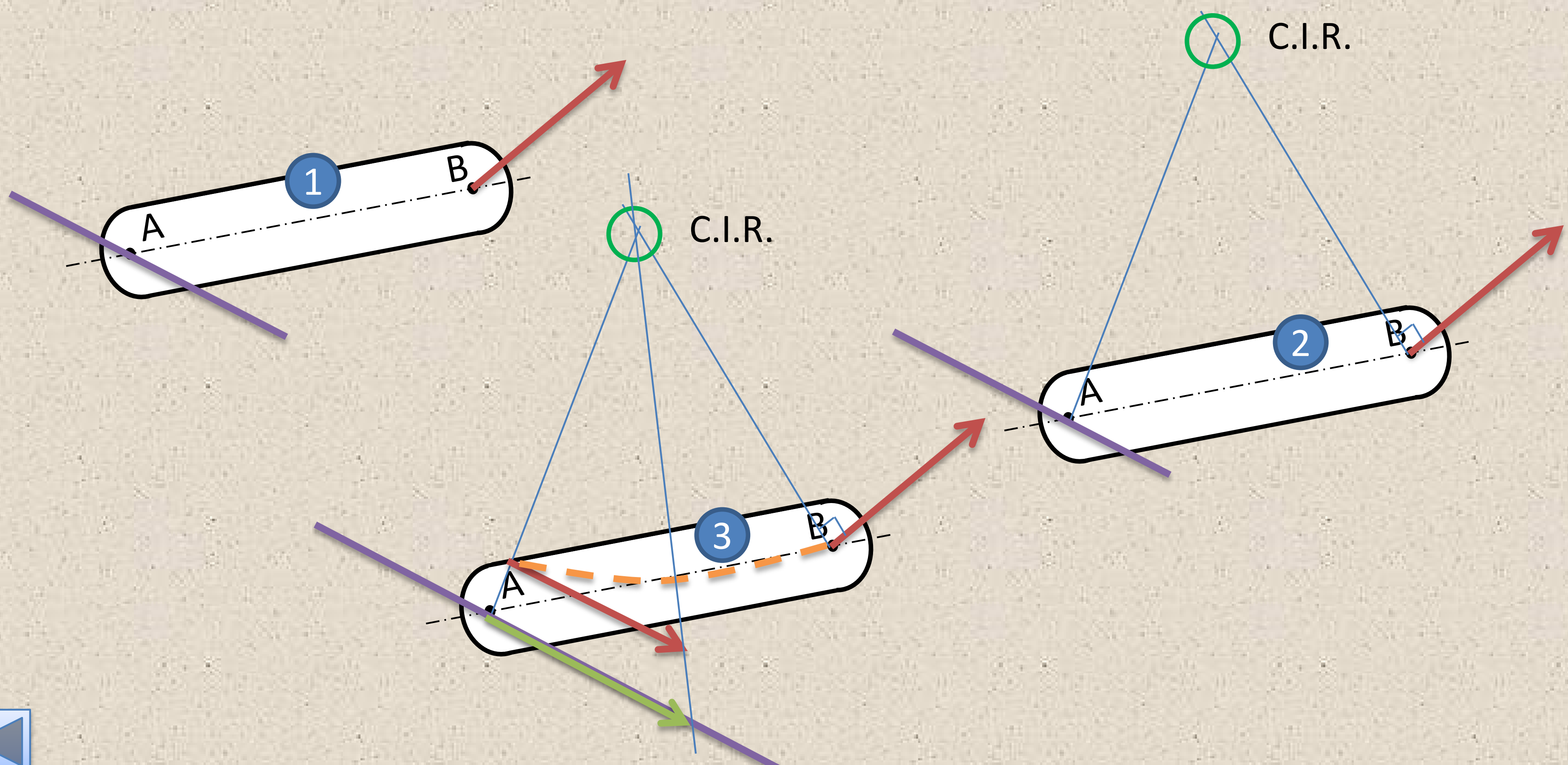
CINEMATIQUE : Le C.I.R.

En pratique :

Le Centre Instantané de Rotation (CIR) d'un solide en mouvement plan se trouve à l'intersection des perpendiculaires aux directions des vitesses de tous les points du solide.

Les directions (non parallèles) des vitesses de 2 points du solide permettent de déterminer la position du CIR. Il est ensuite possible de déterminer la direction de la vitesse de n'importe quel point du solide.

Pour la norme, on applique la méthode du « triangle des vitesses »



La dynamique

La dynamique est le chapitre de mécanique qui étudie les forces agissant sur les corps en mouvement.
Cela suppose une bonne connaissance des chapitres de cinématique et de statique.

Notion de repère de Copernic

Le repère de Copernic est un repère absolu dont l'origine est au centre de gravité du système solaire et dont les trois axes passent par des étoiles.

Notion de repère Galiléen

Un repère galiléen R_g est un repère en translation par rapport au repère absolu de Copernic.
Approximation
Dans les problèmes de mécanique simples, on admettra que la Terre est un référentiel galiléen. Cela reste une approximation, souvent suffisante et amenant des erreurs négligeables.

Enoncé du P.F.D., cas du mouvement plan (Equations de Newton)

Soit un solide dont le centre de gravité est G		
Avec: $\boxed{\Sigma F_{ext} = m.a_G}$	ΣF_{ext} : résultante des forces extérieures	N
	a_G : accélération absolue du solide	m/s²
	m = masse du solide.	kg
$\boxed{\Sigma\ M_G(F_{ext}) = J_G.\hat{a}}$	$\Sigma M_G(F_{ext})$: moment algébrique résultant en G	N.m
	J_G : Moment d'inertie du solide	m².kg
	â : accélération angulaire	rd/s²

suite

La dynamique

Cas particulier du solide en translation rectiligne

L'accélération angulaire â est nulle. On en déduit :		Unité
Avec: $\boxed{\Sigma F_{ext} = m.a_G}$	ΣF_{ext} : résultante des forces extérieures	N
	a_G : accélération absolue du solide	m/s²
	m = masse du solide.	kg
$\boxed{\Sigma M_G(F_{ext}) = 0}$	$\Sigma M_G(F_{ext})$: moment algébrique résultant en G	N.m

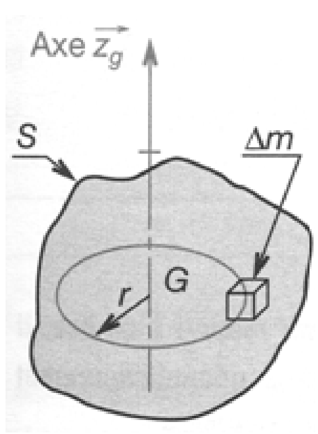
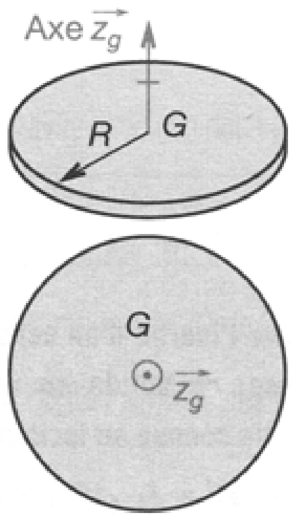
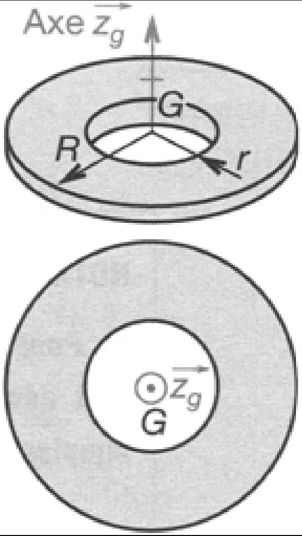
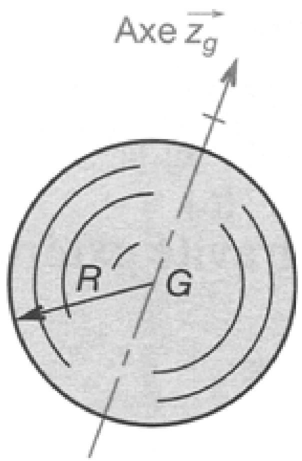
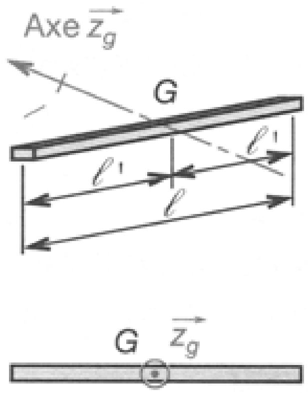
Cas particulier du solide en rotation

L'accélération absolue a_G est nulle. On en déduit :		
Avec: $\boxed{\Sigma F_{ext} = 0}$	ΣF_{ext} : résultante des forces extérieures	N
$\boxed{\Sigma M_G(F_{ext}) = J_G.\hat{a}}$	$\Sigma M_G(F_{ext})$: moment algébrique résultant en G	N.m
	J_G : Moment d'inertie du solide	m².kg
	â : accélération angulaire	rd/s²

suite

La dynamique

Exemples de moments d'inertie

Définition $\Sigma(\Delta m)=m$ (kg)	Cylindre plein masse m (kg)	Cylindre creux (couronne) masse m (kg)	Sphère pleine masse m (kg)	Tige rectiligne section négligeable masse m (kg)
				
$J_{Gzg} = \Sigma(\Delta m.r^2)$	$J_{Gzg} = \frac{1}{2}.m.R^2$	$J_{Gzg} = \frac{1}{2}.m.(R^2+r^2)$	$J_{Gzg} = \frac{2}{5}.m.R^2$	$J_{Gzg} = \frac{m.\ell^2}{12}$