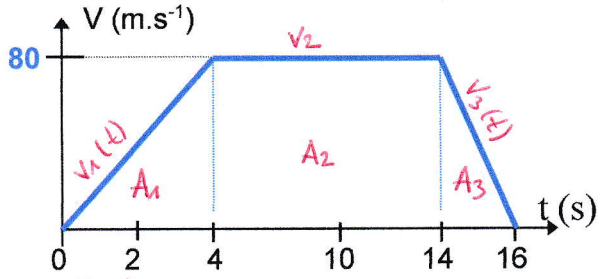
Equations de mouvement_0

Indiquer toutes les unités utilisées.

Exercice N°1 : Départ arrêté (facile)



Le graphe des vitesses proposé donne les trois phases du départ-arrêté d'un véhicule. Conditions initiales : à t = 0 , x = 0 et v = 0.

1) Déterminer les accélérations dans chacune des 3 phases.

$a_1 = \frac{80-0}{4-0} = 20\ m.s^{-2}$ $a_2 = 0$ $a_3 = \frac{0-80}{16-14} = -40\ m.s^{-2}$

2) Déterminer les distances parcourues à la fin de chacune des 3 phases

Méthode 1 : Les Aires $\rightarrow x_1(4) = A_1 = \frac{80\times4}{2} = 160\ m$, $x_2(14) = A_1 + A_2 = 160 + 80\times(14-4) = 960\ m$

$x_3(16) = A_1+A_2+A_3 = 960 + \frac{80\times(16-14)}{2} = 1040\ m$

Méthode 2 : Calcul intégral

$x_1(4) = \int_0^4 v_1(t).dt = \int_0^4 20.t.dt = \left[\frac{20.t^2}{2}\right]_0^4 = 10\times4^2 - 10\times0^2 = 160\ m$

$x_2(14) = \int_0^4 v_1(t) + \int_4^{14} v_2(t).dt = 160 + \int_4^{14} 80.dt = 160 + [80.t]_4^{14} = 160 + 80\times14 - 80\times4 = 960\ m$

$x_3(16) = \int_0^4 v_1(t).dt + \int_4^{14} v_2(t).dt + \int_{14}^{16} v_3(t).dt = 960 + \int_{14}^{16} (-40.t+640)dt = \left[-\frac{40.t^2}{2} + 640.t\right]_{14}^{16} + 960$

$= -20\times16^2 + 640\times16 - (-20\times14^2 + 640\times14) + 960$

$= 80 + 960 = 1040\ m$

3) Quelle est sa vitesse à t= 2s, en km.h^{-1} ?

$v_1(t) = 20.t \Rightarrow v_1(2) = 20\times2 = 40\ m.s^{-1}$ (par graphe des vitesses)

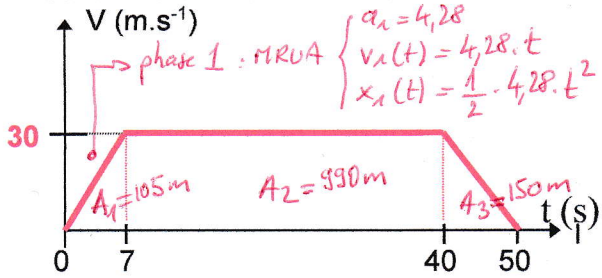
4) Quelle est sa vitesse à t= 10s, en km.h^{-1} ?

$v_2(t) = 80 = cte$ par $4 \le t \le 14 \Rightarrow v_2(10) = 80\ m.s^{-1}$

5) Déterminer quel temps met le véhicule pour parcourir les 100 derniers mètres ... dont 80m en phase 3 ... en 2s

$\Rightarrow$ Temps pour faire 20m en fin de phase 2 : $v_2(t) = \frac{d}{t} \Rightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{20}{80} = 0,25\ s$ soit $t = 2,25\ s$

Exercice N°2 : Départ arrêté (accessible)



$\begin{cases} a_1 = 4,28 \\ v_1(t) = 4,28.t \\ x_1(t) = \frac{1}{2}.4,28.t^2 \end{cases}$

Le graphe des vitesses proposé donne les trois phases du départ-arrêté d'un véhicule.
Conditions initiales : à t = 0 , x = 0 et v = 0.

6) Déterminer les accélérations dans chacune des 3 phases.

$a_1 = \frac{30-0}{7-0} = 4,28\ m.s^{-2}$ $a_2 = 0$ $a_3 = \frac{0-30}{50-40} = -3\ m.s^{-2}$

7) Déterminer les distances parcourues à la fin de chacune des 3 phases

$x_1(7) = A_1 = 30\times7/2 = 105\ m$

$x_2(40) = A_1 + A_2 = 105 + 30\times(40-7) = 1095\ m$

$x_3(50) = (A_1+A_2) + A_3 = 1095 + 30\times(50-40)/2 = 1245\ m$

avec $A_1 = 105m$, $A_2 = 990\ m$, $A_3 = 150\ m$

ou $x_3(50) = \int_0^7 v_1(t).dt + \int_7^{40} v_2(t).dt + \int_{40}^{50} v_3(t).dt$

avec $v_1(t) = 4,28.t$

$v_2(t) = 30$

$v_3(t) = -3.t + 150$

8) Déterminer quel temps met le véhicule pour parcourir les 100 premiers mètres

$100\ m < 105\ m \Rightarrow t_{100} < 7\ s$, phase 1

$\Rightarrow x_1(t_{100}) = \frac{1}{2}.4,28.t_{100}^2 = 100\ m$ donc $t_{100} = \sqrt{\frac{2\times100}{4,28}} \approx 6,83\ s$

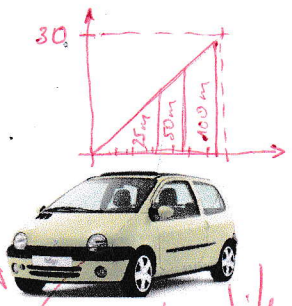
9) Déterminer quel temps met le véhicule pour parcourir les 50 premiers mètres

$x_1(t_{50}) = \frac{1}{2}.4,28.t_{50}^2 = 50\ m \Rightarrow t_{50} = \sqrt{\frac{2\times50}{4,28}} \approx 4,83\ s$

10) Déterminer quel temps met le véhicule pour parcourir les 100 derniers mètres

$100\ m < 150\ m \Rightarrow$ Phase 3 : $t_{100} < 10\ s$

idem $t_{100} = \sqrt{\frac{2\times100\ m}{3}} \approx 8,16\ s$



11) En combien de temps passe-t-il de 0 à 100 km.h^{-1} ?

Exercice N°3 : Départ arrêté (plus dur)

Un véhicule parcoure 20 m, départ arrêté, avec une accélération constante de 30 m.s^{-2}.

12) le graphe des vitesses

$A = 20\ m = \frac{v_f \times t_f}{2} \Rightarrow v_f \times t_f = 40$ (1)

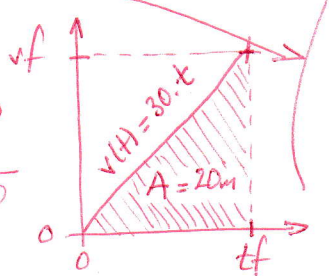
13) vitesse et durée au bout de 20 m.

$a = \frac{v_f}{t_f} = 30\ m.s^{-2}$ (2)

(2) $\Rightarrow v_f = 30.t_f$

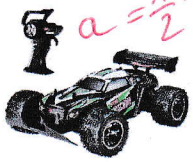
dans (1) $\Rightarrow 30.t_f^2 = 40 \Rightarrow t_f = \sqrt{\frac{40}{30}} = \sqrt{\frac{2\times20}{30}}$

$t_f \approx 1,15\ s$ soit $v_f = 30.t_f \approx 34,64\ s$



Formule utile

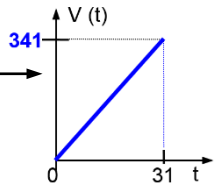
$t = \sqrt{\frac{2\times x}{a}}$ $a = \frac{1}{2}.a.t^2$



Exercice N°4 : Freinage (accessible)

Thrust SSC *est un véhicule terrestre supersonique, détenteur du record absolu de vitesse au sol avec 1 227,985 km/h atteints en 31 secondes. Il est équipé de deux turboréacteurs de 52.000 chevaux chacun.*
Si le mouvement est supposé rectiligne uniformément varié, déterminer la distance parcourue pour atteindre cette vitesse.

1) On trace le graphe des vitesses à partir de l'énoncé



$x(31) = \int_0^{31} v(t).dt + x_0 = A + x_0 = (31-0) \times 341,1 /2 + 0 = 5.287$ m

ou bien $x(31) = 0,5 . a . 31^2$ avec $a = (341,1-0) /(31-0) = 11$ m.s^{-2}, soit
$x(31) = 0,5 . 11 . 31^2 = 5287$ m

Exercice N°5: Moteur électrique

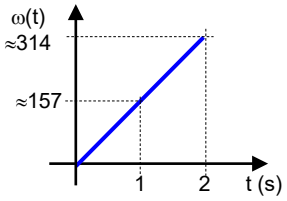
MCUA : $0 \leq t \leq 2$ s

Q1) accélération

	à t = 0 :	
$\alpha(t) = \alpha$ = constante	$t_0 = 0$	$\alpha(t) = 78,5$ rd/s^2
$\omega(t) = \alpha.(t-t_0) + \omega_0$	$\theta_0 = 0$ ⇨	$\omega(t) = 78,5.t$ rd/s
$\theta(t) = 0,5\ \alpha.(t-t_0)^2 + \omega_0.(t-t_0) + \theta_0$	$\omega_0 = 0$	$\theta(t) = 0,5 . 78,5 . t^2$ rd

à t = 2 : $\omega(2) = \alpha.2 \approx 314$ rd/s ⇨ $\alpha \approx 314/2 \approx 157$ rd.s^{-2} ⇨

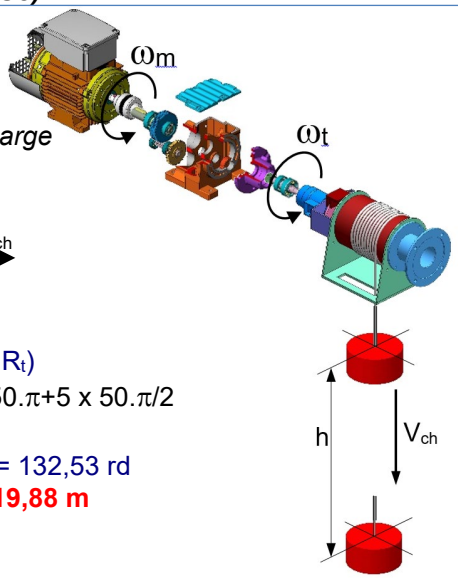
Q2) nombre de tours : $\theta(2) = 0,5 . 157 . 2^2$ rd ≈ 314 rd = 50 tours
$\theta(1) = 0,5 . 157 . 1^2$ rd $\approx 78,5$ rd = 12,5 tours



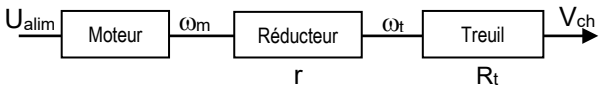
Exercice N°6 : MRUA et MCUA (Synthèse)

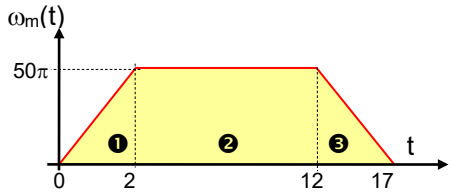
Vitesse moteur : voire graphe
Rapport de réduction du Réducteur : r = 1/16
Rayon du tambour : R_T=150 mm

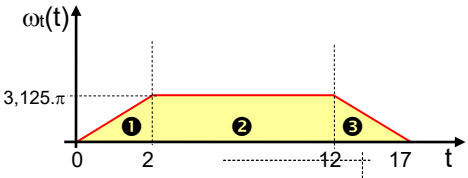
Q1) Calculer la hauteur h parcourue par la charge en 17s.

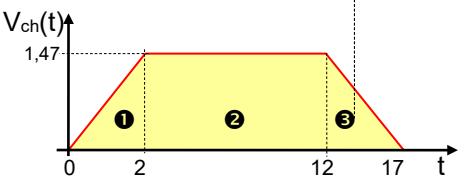


a(t) = α . R
V(t) = ω(t) . R
x(t) = θ(t) . R









Méthode 1: déterminer θ_m puis θ_t puis h ($h=\theta_t.R_t$)
$\theta_m=\theta\ (t=17)=\int \omega_{m(t).dt}$= Aire = 2 x 50.π/2+10 x 50.π+5 x 50.π/2
θ_m=13,5 x 50.π = 675. π rd
$h=\theta_t.R_t$ or $r=\omega_t/\omega_m=\theta_t/\theta_m$=1/16 donc $\theta_t = \theta_m/16$ = 132,53 rd
$h=\theta_t.R_t$ = 132,53 x 0,15 = 19,88 m **h = 19,88 m**

Rq: en convertissant les rd en tour:
θ_m=13 x 50.π/2.π tours = 337,5 tours
$r=\omega_t/\omega_m=\theta_t/\theta_m$=1/16 donc $\theta_t = \theta_m/16$ = 337,5/16 = 21,09 tours
1 tour déplace la charge de ($2.\pi.R_t$) mètres = 2.π.0,15 = 0,94m
Donc 21,09 tours déplacent la charge de h = 21,09 x (2.π.0,15)
h= 19,88 m

Méthode 2: déterminer $\omega_t(t)$ (graphe) puis $V_{ch}(t)$ (graphe) puis h
$h=x(t=17)=\int v_{ch(t).dt}$ = Aire = 2 x 1,47/2+10 x 1,47+5 x 1,47 /2
h=13,5 x 1,47=19,88 mètres **h = 19,88 m**