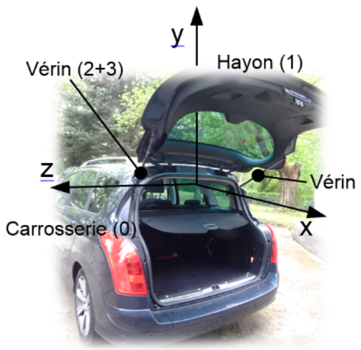
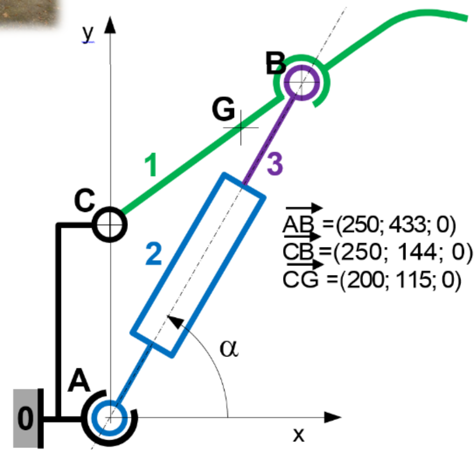
L'étude porte sur le hayon d'une Peugeot 308 SW. L'ouverture du hayon (1) est maintenue par deux vérin à gaz (2+3). Ceux-ci sont en liaison rotule avec la carrosserie (0) en A et avec le hayon (1) en B.
Le but est de déterminer l'effort de maintien minimal que le vérin doit supporter.



<u>Hypothèses :</u>

⇨ L'étude se fait dans le plan de symétrie du véhicule (A,x,y).
⇨ Le poids du vérin est négligé.
⇨ Le hayon est ouvert, position où l'effort du vérin est maximal.
⇨ La masse du hayon est de 8,3 Kg
⇨ On prendra l'accélération de la pesanteur, g=10 m.s^{-2}

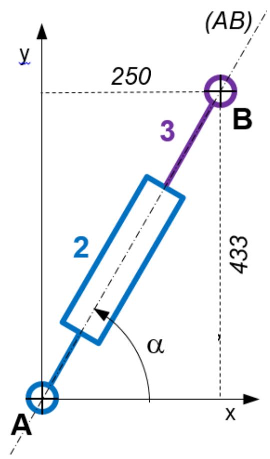


TRAVAIL DEMANDE

<u>Isoler le vérin (2+3)</u>

1) Le vérin isolé est soumis à 2 forces:
   Quelles sont les conditions graphiques d'équilibre ?

2) Représenter ces deux forces sur la figure ci-contre et les nommer.
3) Écrire le torseur de l'action de 0 sur 2 en A.
4) Écrire le torseur de l'action de 1 sur 3 en B.

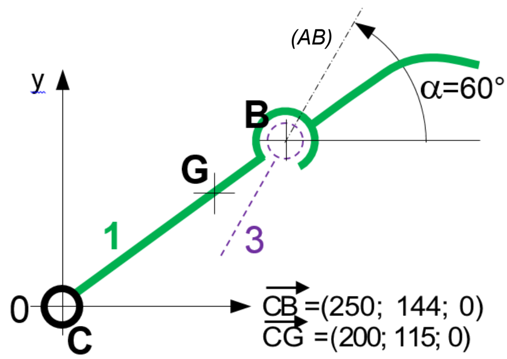


Notez qu'il y a 4 inconnues et qu'on ne peut donc pas résoudre.
5) La direction de ces deux glisseurs étant connue, exprimer les coordonnées de ces 2 torseurs en fonction de α.
6) Calculer α.

<u>Isoler le hayon (1)</u>

7) Faire le bilan des actions mécaniques sous forme de torseurs.

Pour cela :
   7.1) représenter ci-contre l'action en B de 3 sur 1, action réciproque de celle décrite question 4. En déduire le torseur $\{T_{3/1}\}_B$.
   7.2) représenter le poids P du hayon. En déduire le torseur $\{T_{gr/1}\}_G$
   7.3) Écrire le torseur $\{T_{0/1}\}_C$



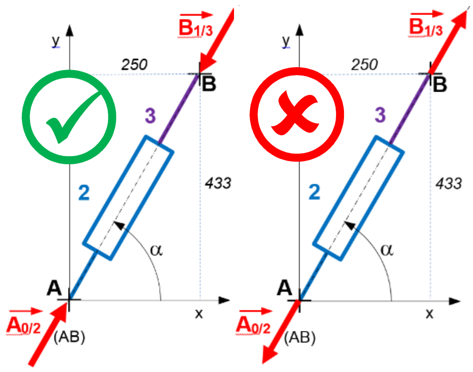
8) Appliquer le P.F.S.:
   8.1) Écrire le Théorème de la résultante
   8.2) En déduire les 2 premières équations d'équilibre
   8.3) Transporter les moments en C.
   8.4) Écrire le Théorème du moment en C (calcul vectoriel)
   8.2) En déduire la 3ème équation d'équilibre

9) Résoudre

10) En déduire la norme des efforts en A et B appliqués sur le vérin.

Éléments de corrigé

Isoler le vérin (2+3)

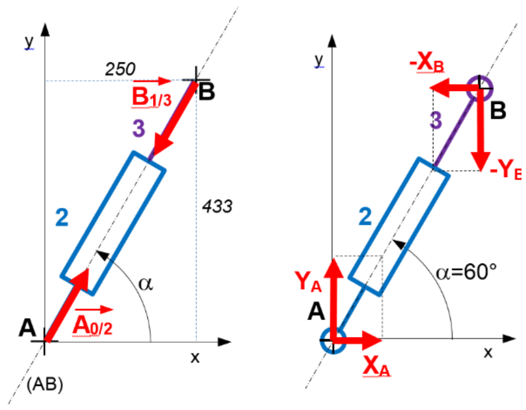


1) Le vérin isolé est soumis à 2 forces: $\vec{A}_{0/2}$ et $\vec{B}_{1/3}$

$\vec{R}_{ext/2+3} = \vec{A}_{0/2} + \vec{B}_{1/3} = \vec{0}$ ⇨ $\boxed{\vec{A}_{0/2} = - \vec{B}_{1/3}}$ { ***même direction (AB)*** / ***même norme*** / ***sens opposés***

les conditions graphiques d'équilibre sont :
Ces 2 forces ont même direction (AB), même norme et sens opposés
Deux cas possibles : efforts convergents ou divergents. En clair, le Vérin est-il comprimé ou étiré ? Ici, c'est le poids du hayon qui est transmis pour partie en B. Et donc cette action du hayon 1 sur le vérin est elle aussi vers le bas.
Le vérin est bien "comprimé" par le poids du hayon.

2) Représenter ces deux forces sur la figure ci-contre et les nommer.
3) Écrire le torseur de l'action de 0 sur 2 en A.
4) Écrire le torseur de l'action de 1 sur 3 en B.



$$\{T_{0/2}\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{A}_{0/2} \\ \vec{M}_A(\vec{A}_{0/2}) \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A \qquad \{T_{1/3}\}_B = \begin{Bmatrix} \vec{B}_{1/3} \\ \vec{M}_B(\vec{B}_{1/3}) \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} -X_B & 0 \\ -Y_B & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B$$

Notez qu'il y a 4 inconnues et qu'on ne peut donc pas résoudre.

5) La direction de ces deux glisseurs étant connue, exprimer les coordonnées de ces 2 torseurs en fonction de α.

et 6) Calculer α.

La direction de $A_{0/2}$ et $B_{1/3}$ est la droite (AB), orientée par l'angle α

Avec $\tan\alpha = 433/250 = 1{,}732$ *soit* $\alpha \approx 60°$

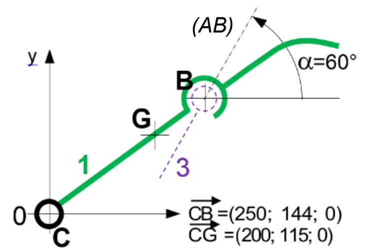
On a donc : $\tan\alpha = Y_A/X_A$ *soit* $Y_A = X_A.\tan\alpha$ *et*

$\tan\alpha = Y_B/X_B$ *soit* $Y_B = X_B.\tan\alpha$

Les torseur s'écrivent donc :

$$\{T_{0/2}\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{A}_{0/2} \\ \vec{M}_A(\vec{A}_{0/2}) \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ X_A.\tan\alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A \qquad \{T_{1/3}\}_B = \begin{Bmatrix} \vec{B}_{1/3} \\ \vec{M}_B(\vec{B}_{1/3}) \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} -X_B & 0 \\ -X_B.\tan\alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B$$

Isoler le hayon (1)



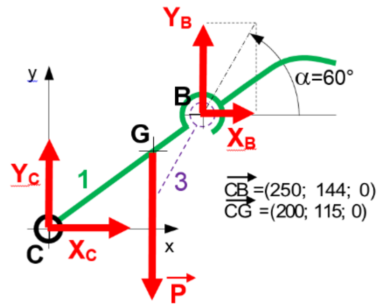
7) Faire le bilan des actions mécaniques sous forme de torseurs.

Pour cela :

7.1) représenter ci-contre l'action en B de 3 sur 1, action réciproque de celle décrite question 4. En déduire le torseur $\{T_{3/1}\}_B$.

$$\{T_{3/1}\}_B = \begin{Bmatrix} \vec{B}_{3/1} \\ \vec{M}_B(\vec{B}_{3/1}) \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} +X_B & 0 \\ +X_B.\tan\alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B$$

7.2) représenter le poids P du hayon. En déduire le torseur $\{T_{gr/1}\}_G$



$$\{T_{gr/1}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{P}_1 \\ \vec{M}_G(\vec{P}_1) \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -m.g & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$$

7.3) Écrire le torseur $\{T_{0/1}\}_C$: Torseur de liaison pivot d'axe z

$$\{T_{0/1}\}_C = \begin{Bmatrix} \vec{C}_{0/1} \\ \vec{M}_C(\vec{C}_{0/1}) \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} X_C & L_C \\ Y_C & M_C \\ Z_C & 0 \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} X_C & 0 \\ y_C & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C$$ *simplifié dans le plan (x,y)*

8) Appliquer le P.F.S.:

8.1) Écrire le Théorème de la résultante

$\vec{R}_{ext/1} = \vec{C}_{0/1} + \vec{B}_{3/1} + \vec{P} = \vec{0}$

8.2) En déduire les 2 premières équations d'équilibre

$\vec{R}_{ext/1} . \vec{x} = X_C + X_B - m.g = 0$

$\vec{R}_{ext/1} . \vec{y} = Y_C + X_B.\tan\alpha - m.g = 0$

8.3) Transporter les moments en C.

$\vec{M}_C(\vec{C}_{0/1}) = \vec{0}$

$$\vec{M}_C(\vec{B}_{3/1}) = \vec{M}_B(\vec{B}_{3/1}) + \vec{CB} \wedge \vec{B}_{3/1} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 250 \\ 144 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} +X_B \\ +X_B.\tan\alpha \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ +250 . X_B.\tan\alpha - 144 .X_B \end{vmatrix}$$

et $\overrightarrow{M_C}(\overrightarrow{P_1}) = \overrightarrow{M_G}(\overrightarrow{P_1}) + \overrightarrow{CG} \wedge \overrightarrow{P_1} = \begin{vmatrix}0\\0\\0\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}200\\115\\0\end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix}0\\-m.g\\0\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0\\0\\-200\ .\ m.g\end{vmatrix}$

8.4) Écrire le Théorème du moment en C (expression vectorielle)

$\overrightarrow{M_C}(ext/1) = \overrightarrow{M_C}(\overrightarrow{C_{0/1}}) + \overrightarrow{M_C}(\overrightarrow{B_{3/1}}) + \overrightarrow{M_C}(\overrightarrow{P_1}) = \overrightarrow{0}$

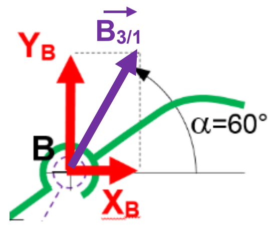
8.5) En déduire la 3ème équation d'équilibre

$\overrightarrow{M_C}(ext/1)\ .\ \overrightarrow{z} = +250\ .\ X_B.\tan\alpha - 144\ .X_B - 200\ .\ m.g = 0$

9) Résoudre

Donc, $X_B = 200\ .\ m.g\ /\ (250.\tan\alpha - 144)$ avec $m = 8{,}3$ kg et $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$
$X_B = 56{,}34$ N

Or $Y_B = X_B\ .\tan\alpha \Rightarrow Y_B = 56{,}34 \times \tan 60° = 97{,}59$ N

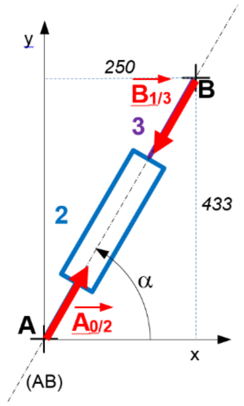


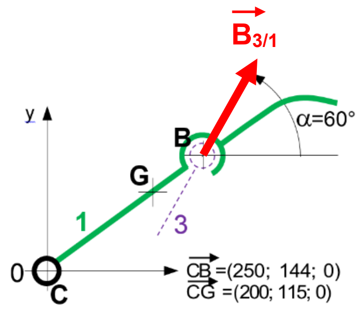
10) En déduire la norme des efforts en A et B appliqués sur le vérin.

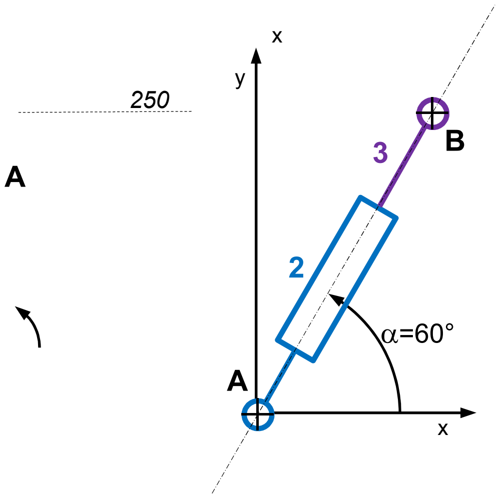
Rappel 1 : vérin isolé $\Rightarrow$ $\overrightarrow{A_{0/2}} = -\overrightarrow{B_{1/3}}$ $\Rightarrow$ $\|\overrightarrow{A_{0/2}}\| = \|\overrightarrow{B_{1/3}}\|$

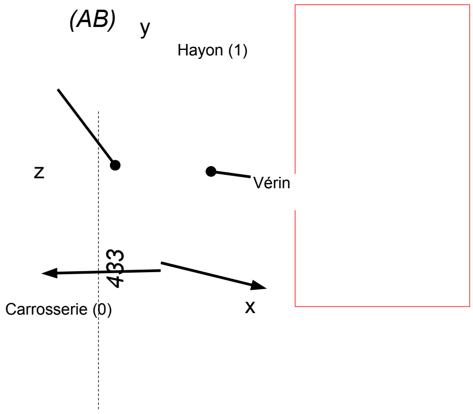
Rappel 2 : Principe des actions mutuelles en B $\Rightarrow$ $\overrightarrow{B_{3/1}} = -\overrightarrow{B_{1/3}}$ $\Rightarrow$ $\|\overrightarrow{B_{3/1}}\| = \|\overrightarrow{B_{1/3}}\|$

$\|\overrightarrow{B_{3/1}}\| = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} \approx \sqrt{56^2 + 97^2} \approx 112{,}68$ N

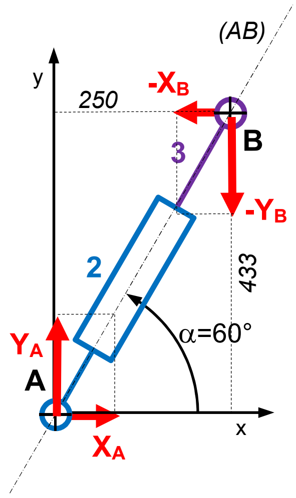


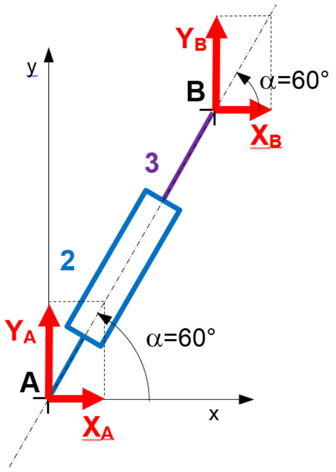




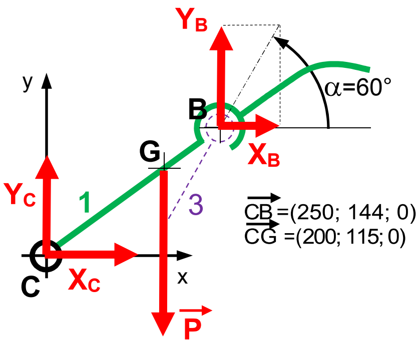


AB =(250,433,0)
CB =(345,250,0)
CG =(212,212,0)





α=60°



A