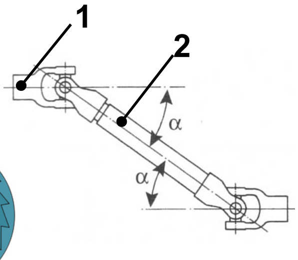
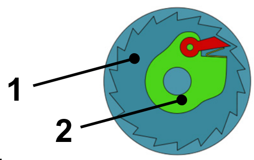
La fonction d'une liaison est double :
⇨ Autoriser (guider) certains mouvements ou degrés de liberté (d.d.l.)
⇨ Supprimer les d.d.l. restant en transmettant des actions mécaniques d'une pièce à l'autre.



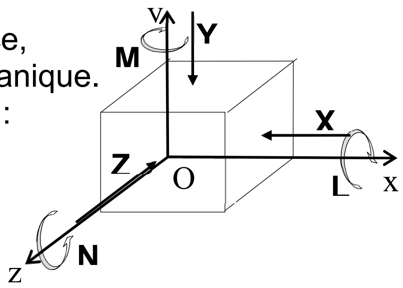
En effet, c'est l'action mécanique qui est à l'origine du mouvement.
Donc, transmettre une action mécanique de 1 sur 2, c'est transmettre le mouvement absolu de la pièce 1 à la pièce 2 et donc interdire le mouvement relatif de 1 par rapport à 2.



Il existe 2 types d'action mécanique :

- ✓ la force, qui crée un mouvement de translation
- ✓ le moment d'une force qui crée un mouvement de rotation

De même qu'une liaison autorise au plus 6 degrés de liberté dans l'espace, elle peut transmettre au plus 6 composantes (coordonnées) d'action mécanique.
On défini dans l'espace les 3 composantes de chacune de ces 2 actions :



X, Y, Z pour la force
L, M, N pour le moment

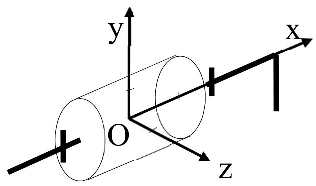
Que l'on note : $\left\{\begin{matrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{matrix}\right\}_O$

Centre de la liaison

Exemple : liaison pivot d'axe x

Seule la rotation autour de l'axe x étant possible, seul ce mouvement ne pourra être transmis d'une pièce à l'autre.
Le moment autour de l'axe x noté L qui provoque ce mouvement n'est pas transmissible et devient nul. En revanche, les 5 autres composantes existent et peuvent prendre n'importe quelle valeur. Ce qui se note :

$$\left\{\tau_{1/2}\right\}_O = \left\{\begin{matrix} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{matrix}\right\}_O$$



Remarque 1 :

$\left\{\tau_{1/2}\right\}_O$ est appelé « torseur local des actions mécaniques transmissibles par la liaison (1-2) ».

Remarque 2 : analogie avec les d.d.l. (degrés de liberté)

	T	R
x	0	1
y	0	0
z	0	0

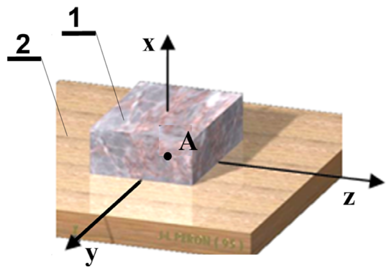
$$\Leftrightarrow \quad \left\{\tau_{1/2}\right\}_O = \left\{\begin{matrix} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{matrix}\right\}_O$$

Exercice 1 : appui-plan de normale x

⇨ Compléter le tableau des ddl puis, en déduire le torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison.

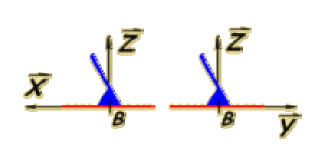
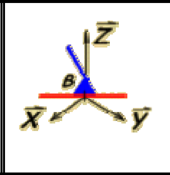
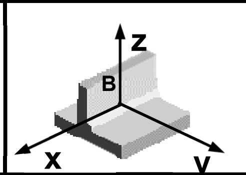
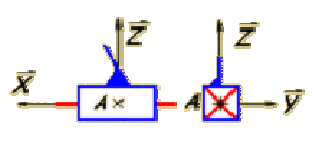
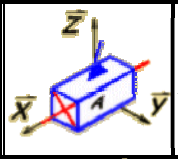
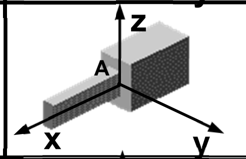
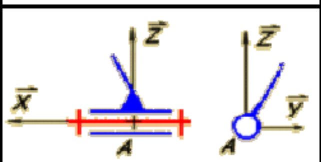
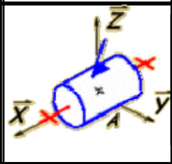
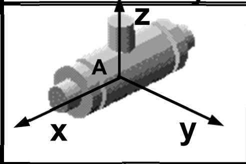
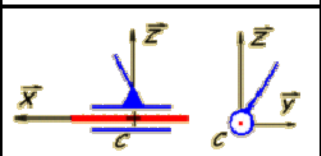
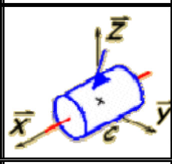
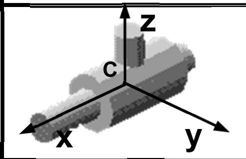
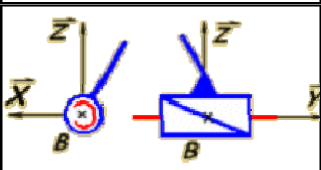
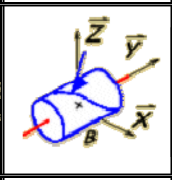
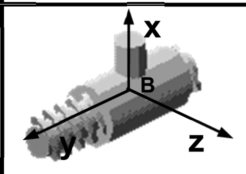
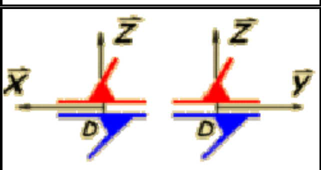
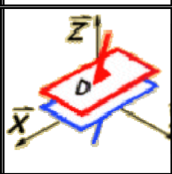
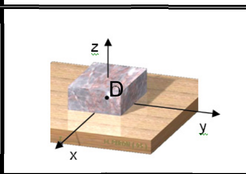
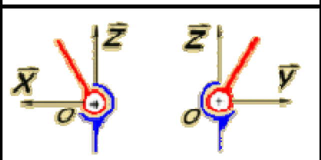
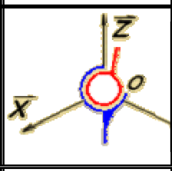
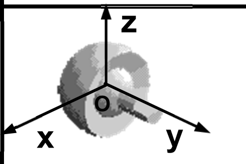
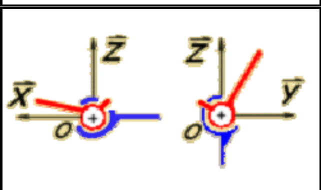
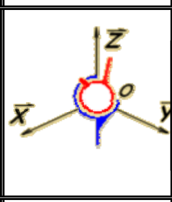
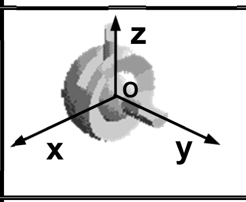
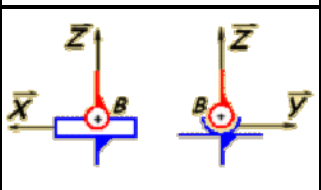
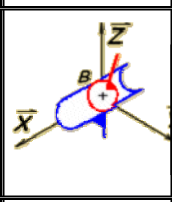
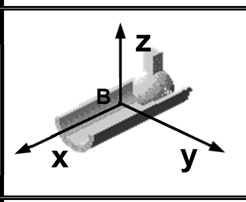
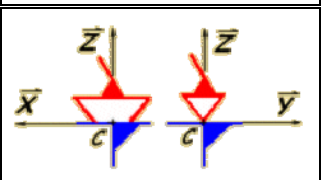
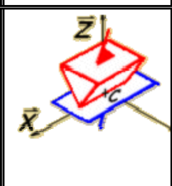
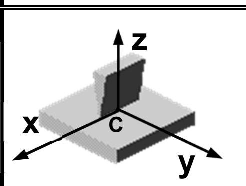
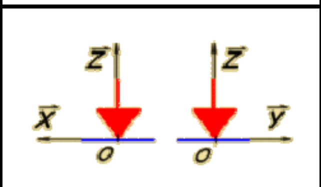
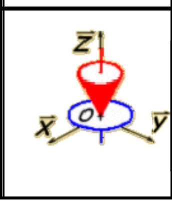
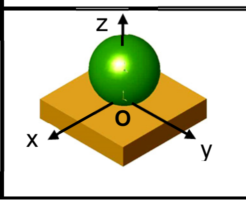
	T	R
x		
y		
z		

$$\left\{\tau_{1/2}\right\}_A = \left\{\begin{matrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{matrix}\right\}_A$$



Exercice 2 : tableau des liaisons normalisées

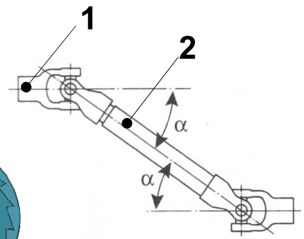
⇨ Compléter la colonne « torseur des actions mécaniques transmissibles - cas général» dans le tableau des liaisons normalisées.

Désignation	Représentations	Perspective	ddl	mobilités	Torseur cinématique	N_C	Torseur statique	N_S
encastrement *de centre B*			T R x y z		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_B$	0	$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_B$	+6
glissière *et d'axe X*			T R x y z		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_A$		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_A$	+ _
pivot *et d'axe X*			T R x y z		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_A$	_	$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_A$	+ _
Pi vot Glissant *et d'axe X*			T R x y z		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_C$	_	$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_C$	+ _
hélicoïdale *et d'axe Y*			T R x 0 0 y 1 1 z 0 0		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_B$	_	$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_B$	+ _
Appui Plan *de normale Z*			T R x y z		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_D$	_	$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_D$	+ _
rotule *de centre O*			T R x y z		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_O$	_	$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_O$	+ _
rotule à doigt *de centre O*			T R x 0 0 y 0 1 z 0 1		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_O$	_	$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_O$	+ _
linéaire annulaire *d'axe X*			T R x y z		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_B$	_	$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_B$	+ _
linéique rectiligne *d'axe X,*			T R x y z		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_C$	_	$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_C$	+ _
ponctuelle *de normale Z*			T R x y z		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_O$	_	$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_O$	+ _

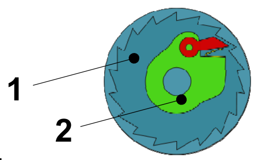
6 degrés de libertés = n_c degrés de mobilité + n_s degrés de liaison $\Rightarrow n_c + n_s = 6$

Mobilité sans rupture ni modification du contact.

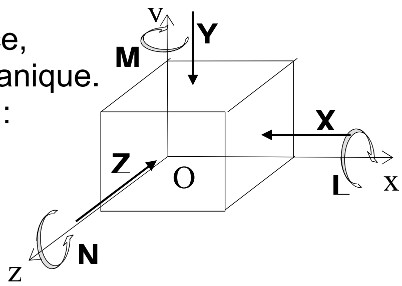
La fonction d'une liaison est double :
⇨ Autoriser (guider) certains degrés de liberté (d.d.l.)
⇨ Supprimer les d.d.l. restant en transmettant des actions mécaniques d'une pièce à l'autre.



En effet, c'est l'action mécanique qui est à l'origine du mouvement.
Donc, transmettre une action mécanique de 1 sur 2, c'est transmettre le mouvement absolu de la pièce 1 à la pièce 2 et donc interdire le mouvement relatif de 1 par rapport à 2.



Il existe 2 types d'action mécanique :
- ✓ la force, qui crée un mouvement de translation
- ✓ le moment d'une force qui crée un mouvement de rotation



De même qu'une liaison autorise au plus 6 degrés de liberté dans l'espace, elle peut transmettre au plus 6 composantes (coordonnées) d'action mécanique.
On défini dans l'espace les 3 composantes de chacune de ces 2 actions :

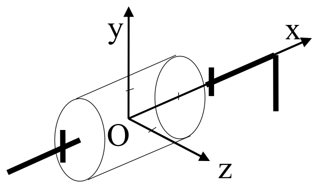
X, Y, Z pour la force
L, M, N pour le moment } Que l'on note : $\left\{ \begin{matrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{matrix} \right\}_O$

Centre de la liaison

Exemple : liaison pivot d'axe x

Seule la rotation autour de l'axe x étant possible, seul ce mouvement ne pourra être transmis d'une pièce à l'autre.
Le moment autour de l'axe x noté L qui provoque ce mouvement n'est pas transmissible et devient nul. En revanche, les 5 autres composantes existent et peuvent prendre n'importe quelle valeur. Ce qui se note :

$$\left\{ \tau_{1/2} \right\}_O = \left\{ \begin{matrix} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{matrix} \right\}_O$$



Remarque 1 :

$\left\{ \tau_{1/2} \right\}_O$ est appelé « torseur local des actions mécaniques transmissibles par la liaison (1-2) ».

Remarque 2 : analogie avec les d.d.l. (degrés de liberté)

	T	R
x	0	1
y	0	0
z	0	0

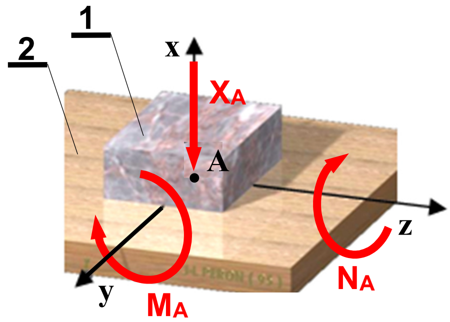
⇔ $\left\{ \tau_{1/2} \right\}_O = \left\{ \begin{matrix} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{matrix} \right\}_O$

Exercice 1 : appui-plan de normale x

⇨ Compléter le tableau des ddl puis, en déduire le torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison.

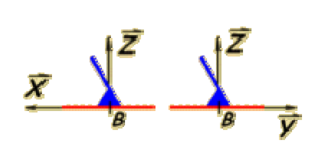
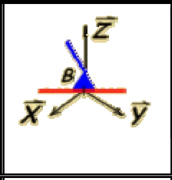
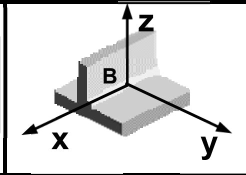
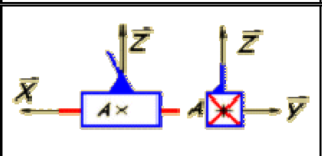
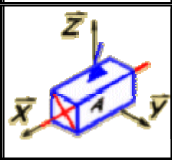
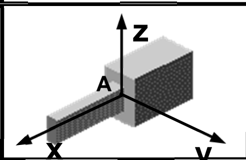
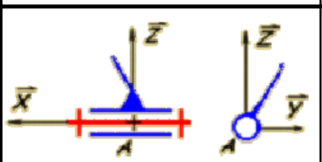
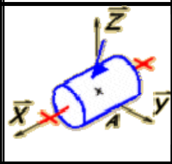
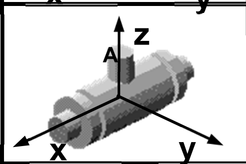
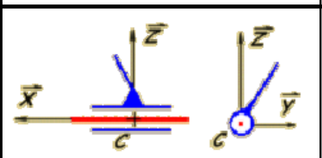
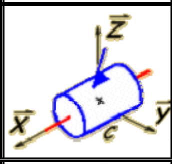
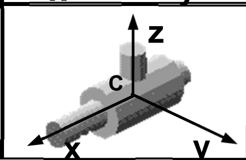
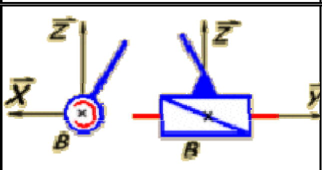
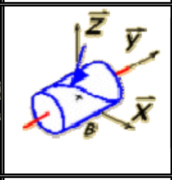
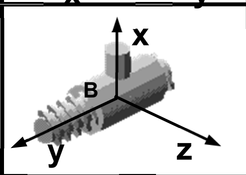
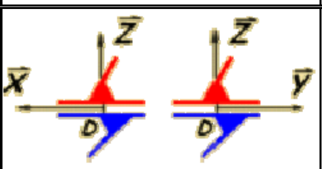
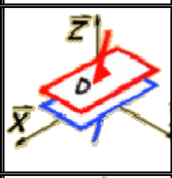
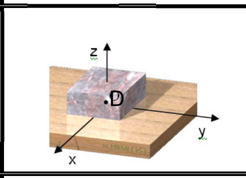
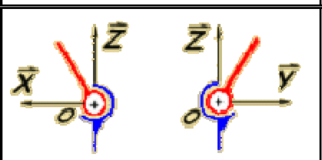
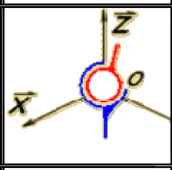
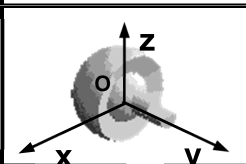
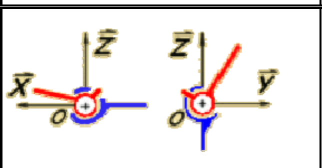
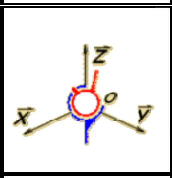
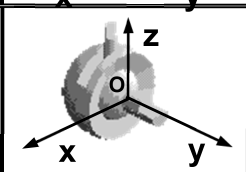
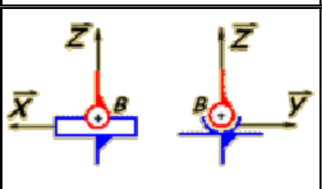
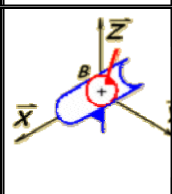
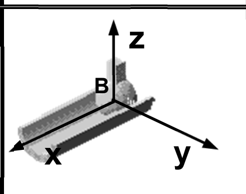
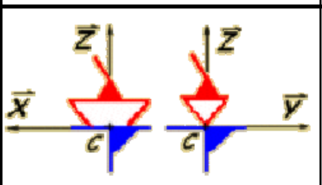
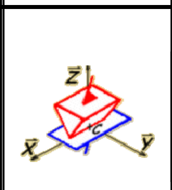
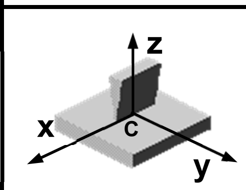
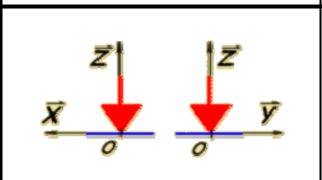
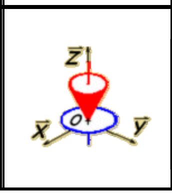
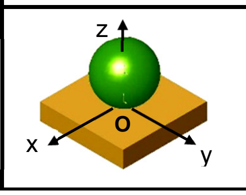
	T	R
x	0	1
y	1	0
z	1	0

$\left\{ \tau_{1/2} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} X_A & 0 \\ 0 & M_A \\ 0 & N_A \end{matrix} \right\}_A$



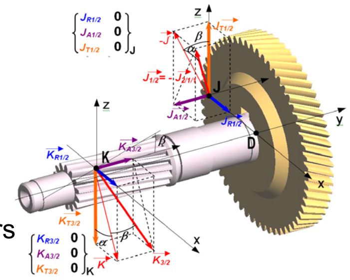
Exercice 2 : tableau des liaisons normalisées

⇨ Compléter la colonne « torseur des actions mécaniques transmissibles - cas général» dans le tableau des liaisons normalisées.

Désignation	Représentations	Perspective	ddl	mobilités	Torseur cinématique	N_C	Torseur statique	N_S
encastrement *de centre B*			$\begin{array}{c\|cc} & T & R \\ x & 0 & 0 \\ y & 0 & 0 \\ z & 0 & 0 \end{array}$		$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B$	0	$\begin{Bmatrix} X_B & L_B \\ Y_B & M_B \\ Z_B & N_B \end{Bmatrix}_B$	6
glissière *et d'axe X*			$\begin{array}{c\|cc} & T & R \\ x & 1 & 0 \\ y & 0 & 0 \\ z & 0 & 0 \end{array}$		$\begin{Bmatrix} 0 & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A$	1	$\begin{Bmatrix} 0 & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix}_A$	5
pivot *et d'axe X*			$\begin{array}{c\|cc} & T & R \\ x & 0 & 0 \\ y & 0 & 1 \\ z & 0 & 0 \end{array}$		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_A$	1	$\begin{Bmatrix} X_A & L_A \\ Y_A & 0 \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix}_A$	5
Pi vot Glissant *et d'axe X*			$\begin{array}{c\|cc} & T & R \\ x & 0 & 0 \\ y & 1 & 1 \\ z & 0 & 0 \end{array}$		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_C$	2	$\begin{Bmatrix} X_C & L_C \\ 0 & 0 \\ Z_C & N_C \end{Bmatrix}_C$	4
hélicoïdale *et d'axe Y*			$\begin{array}{c\|cc} & T & R \\ x & 0 & 0 \\ y & 1 & 1 \\ z & 0 & 0 \end{array}$ Tx et Ty liés		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_B$	1	$\begin{Bmatrix} X_B & L_B \\ Y_B & M_B \\ Z_B & N_B \end{Bmatrix}_B$ Y_B et M_B liés	5
Appui Plan *de normale Z*			$\begin{array}{c\|cc} & T & R \\ x & 1 & 0 \\ y & 1 & 0 \\ z & 0 & 1 \end{array}$		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_D$	3	$\begin{Bmatrix} 0 & L_D \\ 0 & M_D \\ Z_D & 0 \end{Bmatrix}_D$	3
rotule *de centre O*			$\begin{array}{c\|cc} & T & R \\ x & 0 & 1 \\ y & 0 & 1 \\ z & 0 & 1 \end{array}$		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_O$	3	$\begin{Bmatrix} X_O & 0 \\ Y_O & 0 \\ Z_O & 0 \end{Bmatrix}_O$	3
rotule à doigt *de centre O*			$\begin{array}{c\|cc} & T & R \\ x & 0 & 0 \\ y & 0 & 1 \\ z & 0 & 1 \end{array}$		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_O$	2	$\begin{Bmatrix} X_O & L_O \\ Y_O & 0 \\ Z_O & 0 \end{Bmatrix}_O$	4
linéaire annulaire *d'axe X*			$\begin{array}{c\|cc} & T & R \\ x & 1 & 1 \\ y & 0 & 1 \\ z & 0 & 1 \end{array}$		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_B$	4	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix}_B$	2
linéique rectiligne *d'axe X, normale Z*			$\begin{array}{c\|cc} & T & R \\ x & 1 & 1 \\ y & 1 & 0 \\ z & 0 & 1 \end{array}$		$\begin{Bmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \end{Bmatrix}_C$	4	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_C \\ Z_C & 0 \end{Bmatrix}_C$	2
ponctuelle *de normale Z*			$\begin{array}{c\|cc} & T & R \\ x & 1 & 1 \\ y & 1 & 1 \\ z & 0 & 1 \end{array}$		$\begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & V_y \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_O$	5	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_O & 0 \end{Bmatrix}_O$	1

6 degrés de libertés = n_c degrés de mobilité + n_s degrés de liaison $\Rightarrow n_c + n_s = 6$

Mobilité **sans rupture ni modification du contact**.



1) *Introduction*

Le torseur est un outil mathématique de modélisation qui permet la description d'une action mécanique plus complète qu'avec un vecteur. Le torseur est essentiellement utilisé pour la résolution analytique de problèmes dans l'espace.

2) Définition :

Toujours défini en un point (A), un torseur d'actions mécaniques est composé de 2 grandeurs

➩ une résultante des forces notée $\vec{R}$, indépendante du point (A) choisi.

➩ un moment résultant noté $\overrightarrow{M_A}(\vec{R})$, fonction du point (A) choisi.

3) Notation : (fig. 1)

Le *« torseur de l''action mécanique que le solide 1 exerce sur le solide 2 défini au point A dans le repère R (A,x,y,z)* » se note :

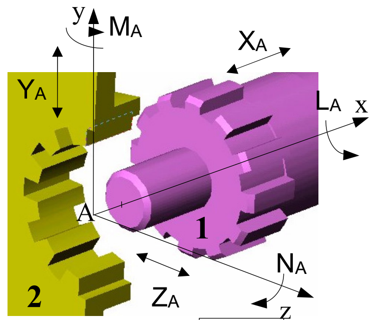


figure 1

$$\left\{T_{1/2}\right\}_{A,R} = \left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_{1/2}} \\ \overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{R_{1/2}})\end{matrix}\right\}_{A,R} = \left\{\begin{matrix}\mathbf{X_A} & \mathbf{L_A} \\ \mathbf{Y_A} & \mathbf{M_A} \\ \mathbf{Z_A} & \mathbf{N_A}\end{matrix}\right\}_{A,R}$$

X_A ➩ force sur x
Y_A ➩ force sur y
Z_A ➩ force sur z
en N

L_A ➩ moment sur x
M_A ➩ moment sur y
N_A ➩ moment sur z
en N.m

Les 6 degrés de liberté dans l'espace que possède un solide sont obtenus par l'application de 6 composantes d'action mécanique :

➩ les 3 translations **Tx, Ty** et **Tz** sont provoquées par la résultante des forces (**X_A, Y_A** et **Z_A**)

➩ les 3 rotations **Rx, Ry** et **Rz** sont provoquées par le moment résultant (**L_A, M_A** et **N_A**)

Remarques **:**

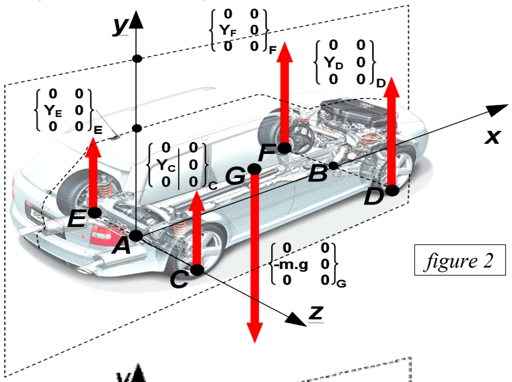


figure 2

➩ $\overrightarrow{R_{1/2}}$ et $\overrightarrow{M_{1/2}}$ sont appelés **éléments de réduction** du torseur

➩ A est le **point de réduction** du torseur

✓ Le torseur écrit au point d'application de l'effort est appelé "torseur local"

✓ Ecrire ce torseur en un autre point, c'est "transporter " ce torseur

➩ L'indication du repère, s'il ne change pas au cours de l'étude, est inutile.

4) <u>Cas du problème plan</u> : (fig. 3)

L'étude des efforts peut être localisée dans un plan afin de simplifier les calculs, mais à 2 conditions :

➩ La géométrie du système admet un plan de symétrie ((A,x,y) ci-contre)

➩ Toutes les actions sont appliquées dans ou symétriquement à ce plan.

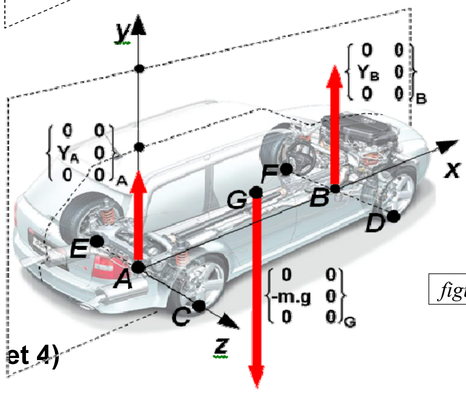


figure 3

5) <u>Les trois types de torseur</u> :

5.1) <u>Le Glisseur</u> : Torseur dont l'action est une force seule

*Exemple : Force de contact et à distance sur un véhicule **(fig. 2)***

➩ Problème ramené dans le plan de symétrie(A,x,y) du véhicule 1 **(fig. 3 et 4)**

➩ Liaisons ponctuelles parfaites en A et B

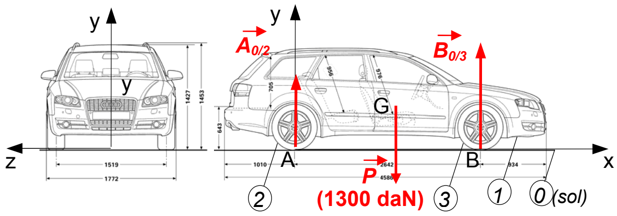


Figure 4

S={1+2+3} isolé

✓ Bilan des actions mécaniques appliquées au véhicule (1) :

➩ Action en A de 0 sur 2 :

$$\left\{T_{0/2}\right\}_A = \left\{\begin{matrix}\overrightarrow{A_{0/2}} \\ \overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{A_{0/2}})\end{matrix}\right\}_A = \left\{\begin{matrix}0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_A \quad \overrightarrow{R_{0/2}} = \overrightarrow{A_{0/2}}$$

➩ Action en G de la Gravité sur 1 :

$$\left\{T_{Gr/1}\right\} = \left\{\begin{matrix}\vec{P} \\ \overrightarrow{M_G}(\vec{P})\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}0 & 0 \\ -m.g & 0 \\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_G \quad \overrightarrow{R_{gravit\acute{e}\,/\,S}} = \vec{P}$$

➩ Action en B de 0 sur 3 :

$$\left\{T_{0/3}\right\}_B = \left\{\begin{matrix}\overrightarrow{B_{0/3}} \\ \overrightarrow{M_B}(\overrightarrow{B_{0/3}})\end{matrix}\right\}_B = \left\{\begin{matrix}0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_B \quad \overrightarrow{R_{0/3}} = \overrightarrow{B_{0/3}}$$

<u>Remarque</u> : Si un glisseur est écrit localement à l'action qu'il représente, alors ;

le moment résultant du glisseur local est nul ➩ exemple : $\overrightarrow{M_B}(\overrightarrow{B_{0/3}}) = \vec{0}$, $\overrightarrow{M_G}(\vec{P}) = \vec{0}$ et $\overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{A_{0/2}}) = \vec{0}$

5.2) ***Torseur Couple*** **: L'action est un moment "pur"(fig. 5)**

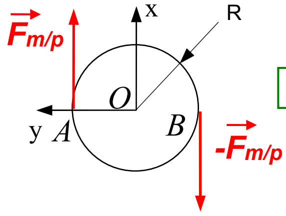
Exemple : Soit un pignon (p) soumit à l'action d'un couple moteur (moment pur). Le torseur couple s'écrit :

$$\left\{ T_{m/p} \right\}_O = \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{R_{m/p}} \\ \overrightarrow{M_O(\overrightarrow{R_{m/p}})} \end{matrix} \right\}_O$$

$$\overrightarrow{R_{m/p}} = \overrightarrow{F_{m/p}} - \overrightarrow{F_{m/p}} = \vec{0} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_O(\overrightarrow{R_{m/p}})} = \overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{F_{m/p}} + \overrightarrow{OB} \wedge \overrightarrow{F_{m/p}} = 2\,F\,R\,.\,\vec{z} = Cm\,.\,\vec{z} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ Cm \end{vmatrix}$$

$$\left\{ T_{m/p} \right\}_O = \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{R_{m/p}} \\ \overrightarrow{M_O(\overrightarrow{R_{m/p}})} \end{matrix} \right\}_O = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -Cm \end{matrix} \right\}_O$$



$Cm = n\,F\,R$

Ici, n = 2

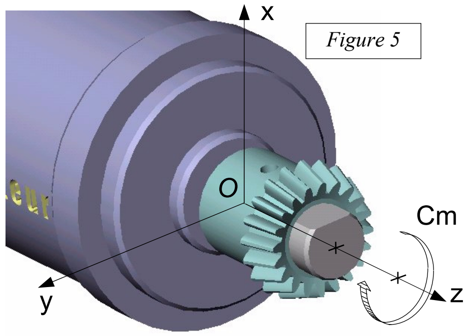


Figure 5

Remarque

Le couple est un invariant. Il ne change pas lorsqu'on change son point de réduction.

$$\overrightarrow{M_O(\overrightarrow{R_{m/p}})} = \overrightarrow{M_A(\overrightarrow{R_{m/p}})} = \overrightarrow{M_B(\overrightarrow{R_{m/p}})} \ \ldots.$$

$$\left\{ T_{m/p} \right\}_O = \left\{ T_{m/p} \right\}_A = \left\{ T_{m/p} \right\}_B = \ldots$$

5.3) ***Torseur de liaison*** **: L'action est transmise par une liaison définie (fig. 6)**

⇨ Voir cours liaisons et tableau des liaisons normalisées

⇨ Attention aux axes du repère et au cas de figure (plan ou spatial)

Exemple : Cas fréquent de la liaison pivot : (fig. 6)

$$\left\{ T_{2/3} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{B_{2/3}} \\ \overrightarrow{M_B(\overrightarrow{B_{2/3}})} \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} X_B & 0 \\ Y_B & M_B \\ Z_B & N_B \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \cancel{X_B} & 0 \\ Y_B & \cancel{M_B} \\ Z_B & \cancel{N_B} \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{matrix} \right\}_B$$

Cas général — *Cas plan (y,z)* — *Cas plan (y,z)*

$$\left\{ T_{4/7} \right\}_K = \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{K_{4/7}} \\ \overrightarrow{M_K(\overrightarrow{K_{4/7}})} \end{matrix} \right\}_K = \left\{ \begin{matrix} X_K & L_K \\ Y_K & M_K \\ Z_K & 0 \end{matrix} \right\}_K = \left\{ \begin{matrix} X_K & \cancel{L_K} \\ Y_K & \cancel{M_K} \\ \cancel{Z_K} & 0 \end{matrix} \right\}_K = \left\{ \begin{matrix} X_K & 0 \\ Y_K & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_K$$

Cas général — *Cas plan (x,y)* — *Cas plan (x,y)*

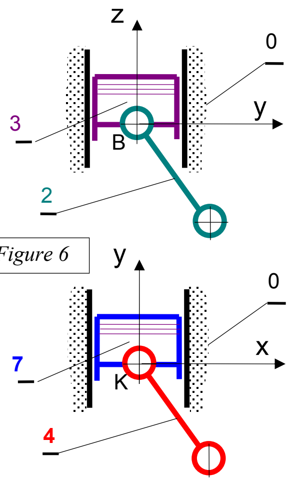
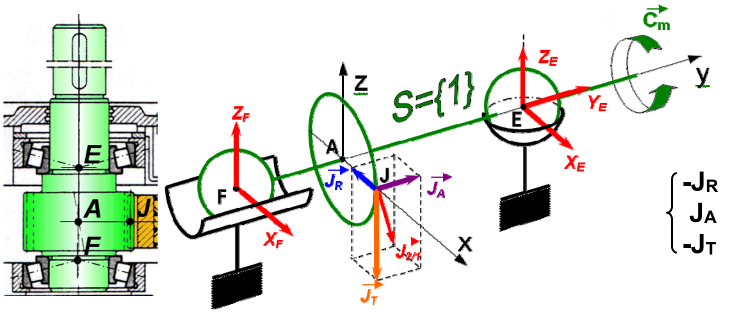


Figure 6

5.4) ***Les trois torseurs statiques : ce qu'il faut retenir***



$$\left\{ \begin{matrix} \vec{R}? & \vec{M}? \end{matrix} \right\}_?$$

Force — *Couple* — *Liaison*

$$\left\{ \begin{matrix} -J_R & 0 \\ J_A & 0 \\ -J_T & 0 \end{matrix} \right\}_J \qquad \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & -Cm \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_O \qquad \left\{ \begin{matrix} X_E & 0 \\ Y_E & 0 \\ Z_E & 0 \end{matrix} \right\}_E$$

	T	R
x	0	1
y	0	1
z	0	1

4) *TRANSPORT D'UN TORSEUR EN DIFFERENTS POINTS*

Un torseur étant défini en un point A, sa valeur au point B est telle que :

⇨ La résultante $\vec{R}$ ne change pas

⇨ Le moment résultant en B est tel que :

$$\overrightarrow{M_B(\vec{R})} = \overrightarrow{M_A(\vec{R})} + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{R}$$

(Formule du transport du moment)

$$\left\{ T_{0/1} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \vec{R} \\ \overrightarrow{M_A} \end{matrix} \right\}_A$$

$$\left\{ T_{0/1} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \vec{R} \\ \overrightarrow{M_B} = \overrightarrow{M_A} + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{R} \end{matrix} \right\}_B$$

Remarque : *ces deux torseurs représentent la* ***même*** *action mécanique, mais exprimée en des points différents*

5) *PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE*

Un solide (S) est en équilibre sous l'action de « n » torseurs d'actions extérieures si la somme de ces « n » torseurs, **tous écrits en un même point**, est égale au torseur nul.

$$\left\{ T_{(Fext/S)} \right\}_A = \left\{ T_{0/S} \right\}_A + \left\{ T_{1/S} \right\}_A + \left\{ T_{2/S} \right\}_A + \ldots\ldots\ldots + \left\{ T_{n/S} \right\}_A = \left\{ 0 \right\}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{R_{ext/S)}} \\ \overrightarrow{M_{A(ext/S)}} \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{R_{0/S}} \\ \overrightarrow{M_{A(0/S)}} \end{matrix} \right\}_A + \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{R_{1/S}} \\ \overrightarrow{M_{A(1/S)}} \end{matrix} \right\}_A + \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{R_{2/S}} \\ \overrightarrow{M_{A(2/S)}} \end{matrix} \right\}_A + \ldots\ldots + \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{R_{n/S}} \\ \overrightarrow{M_{A(0/S)}} \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}$$

→ Théorème de la résultante

→ Théorème du moment en A